

vwo bovenbouw

Wiskunde A1 deel 2

Wiskunde B1 deel 2



Uitwerkingen

**Wolters
Noordhoff**

Moderne wiskunde Uitwerkingen
vwo bovenbouw
wiskunde A1 en B1 - deel 2

Natasja de Groot

Zevende editie

Wolters-Noordhoff Groningen

4 / 02 01

© 1998 Wolters-Noordhoff bv Groningen, The Netherlands

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van art. 16b en 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht, Postbus 882 1180 AW Amstelveen. Voor het overnemen van een of enkele gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers of andere compilatiewerken dient men zich tot de uitgever te wenden.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

ISBN 90 01 60148 0

Inhoud

- S1** Toeval 4
S2 Telproblemen 7
S3 Rekenen met kansen 15
- Onderzoek Randomized response 22
Complexe opdrachten 23
- S4** Kansproblemen 24
S5 Kansverdelingen 30
S6 De binomiale verdeling 36
- Onderzoek Strategieën 41
Complexe opdrachten 43

- d $P(\text{inzet}) = \frac{4}{25} = 0,16$
 e $P(\text{meer dan } f \ 1,50) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$
 f $P(\text{twee keer hetzelfde bedrag}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0,2$
- 12a** Welk aantal ogen je ook gooit, het is altijd positief.
- b $P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$ en $P(B) = \frac{3}{6} = 0,5$
 $P(A) + P(B) = 1$ omdat er geen andere mogelijkheden zijn.
- c Het aantal ogen is zes of minder dan zes.
- 13a** Er is maar één kaart met een zes en er zijn meer kaarten met een zeven.
- b Voor het eerste nummer, afhankelijk van de kleur, zijn er 10 mogelijkheden, voor het tweede nummer zijn er nog 9 mogelijkheden. Dus $10 \times 9 = 90$ mogelijkheden.
- c $P(\text{beide kaarten een } 7) = \frac{4 \times 3}{10 \times 9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$
 d Op geen van beide kaarten staat een zeven.
 e $P(G) = 1 - P(\text{niet-}G) = 1 - \frac{6 \times 3}{10 \times 9} = \frac{2}{3}$
- 14a** Niet alle mogelijkheden zijn even waarschijnlijk.
- b $P(\text{som} = 10) = \frac{6+6+3+3+3+3}{6 \times 6 \times 6} = \frac{27}{216}$
 $P(\text{som} = 9) = \frac{6+6+3+3+6+1}{6 \times 6 \times 6} = \frac{25}{216}$
- 15a** –
- b –
- c Mark kan meer dan één keer dezelfde leerling trekken, dus dat is niet correct.
- 16a** Per groep kun je één trekking uitvoeren. Twee op de honderd is hetzelfde als één op de vijftig.
- b Moet worden teruggedaan.
- c Omdat daar de kans 3 op de 100 is.
- d Kan niet met één vaas omdat de kansen per groep verschillend zijn.
- e Neem een vaas met 1 rode knikker en 49 witte knikkers voor de beginnersgroep en een vaas met 3 rode knikkers en 97 witte knikkers voor de gevorderde groep.
- 17a** Vaas met 3 rode knikkers (mislukte kopie) en 17 witte knikkers (goede kopie).
- b Moet worden teruggedaan.
- c De eerste kopie is goed en de tweede kopie is goed.
- d Trek een knikker uit de vaas, bekijk de kleur en leg deze knikker terug. Herhaal dit één keer.
- e Trek een knikker uit de vaas, bekijk de kleur en leg deze knikker terug. Herhaal dit één keer.
- 18a** Schrijf kaartjes met leerlingnummers 1 tot en met 2500 en trek 50 kaartjes zonder teruglegging.
- b Vanaf 28 tot en met 38 leerlingen die tegen stemmen.
- c Vaas met 417 witte knikkers (geen voorkeur), 417 rode knikkers (tegen rookverbod) en 1666 zwarte knikkers (voor rookverbod). Trek er 50 knikkers uit en leg een getrokken knikker niet terug.
- d Bij een randomgetal kan een leerling vaker voorkomen in de steekproef. Hier maakt dat niet veel uit.
- e –
- 19a** Niet goed, het zijn alleen examenklassen.
- b Wel goed, aselekt.
- c Wel goed, gestratificeerd aselekt.
- d Niet goed, waarschijnlijk gaan voornamelijk de rokers naar buiten.
- 20a** ja
- b TTT, TTO, TOT, OTT, OOT, OTO, TOO en OOO
 Omdat de helft tevreden is en de andere helft ontevreden.
- c
- | | | | | |
|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| aantal tevreden | 0 | 1 | 2 | 3 |
| kans | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |
- d Nee, het is een veel te kleine steekproef om er iets van te kunnen zeggen.
- e $\frac{16}{53} \times 100\% \approx 30\%$ tevreden. Dat is veel minder dan $\frac{2}{3}$.
- f De steekproef van de leerlingenraad is het betrouwbaarst. Hoe groter de steekproef, hoe betrouwbaarder.
- T-1a** zweetkansen
- b In een klein ziekenhuis met minder geboortes per dag.
- c Deze gedachte is terecht. Bij 100 keer werpen verwacht je toch ongeveer 50 keer kop.
- T-2a** zweetkansen
- b Het stoplicht kan ook oranje zijn.
- c Voor het tweede cijfer noteert zij bij 0, 1 en 2 rood en bij 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9 groen. Voor het derde cijfer noteert zij bij 0, 1, 2, 3, 4 en 5 rood en bij 6, 7, 8 en 9 groen.
- d –
- e –

T-3a twee knikkers

b ja

c $2^5 = 32$ mogelijke uitkomsten

d Minstens twee keer de rode knikker trekken bij vijf keer trekken met terugleggen.

e Als je 2, 3, 4 of 5 rode knikkers trekt.

f Minder dan twee keer de rode knikker trekken.

Natasja moet hoogstens één keer wachten.

g $P(\text{minstens twee keer}) = 1 - P(\text{minder dan twee keer}) = 1 - P(\text{nul keer wachten}) - P(\text{één keer wachten}) = 1 - \frac{1}{32} - \frac{5}{32} = \frac{26}{32} = \frac{13}{16}$

T-4a Een vaas met twintig knikkers genummerd van 1 tot en met 20.

b Bij opzet 1 heb je drie verschillende nummers. Bij de vaas wordt de knikker niet teruggedaan.

Bij opzet 2 kan dezelfde taxi meermalen langsrijden. Bij de vaas wordt de knikker wel teruggedaan.

c Bij opzet 1.

T-5 Men vraagt klanten die op donderdagavond hun boodschappen doen. Een klant kan in elke winkel waar hij komt een briefje in de bus doen. Mensen die het eigenlijk niet kan schelen kunnen door een eventueel onbewuste kleurvoorkeur toch voorkeur hebben.

E-1a Bij 0, 1, 2, 3 en 4 wint Harms, bij 5, 6, 7 en 8 wint Bakker en bij 9 wordt het remise.

b –

c Maak groepjes van vijf cijfers per toernooi. Zestig randomcijfers levert dan 12 toernooien op.

d –

E-2a –

b Alle letters die op deze pagina voorkomen.

c De letters a, e, i, o, u en ij.

d –

e Als je er vanuit gaat dat elke afzonderlijke letter een even groot kans heeft om aangewezen te worden is dat mogelijk. Tel alle letters en klinkers.

$$P(A) = \frac{\text{aantal klinkers}}{\text{aantal letters}}$$

f Nee, want nu zijn de uitkomsten alle letters die in dit boek staan.

E-3a

som	rodadobbelsteen					
	1	2	3	4	5	6
blauwe dobbelsteen	1	2	3	4	5	6
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11

b 'De som is 6' komt vijf keer voor in de tabel en 'de som is 7' komt zes keer voor in de tabel.

c 'De som is 3' en 'de som is 11'

d De som is kleiner dan 3.

e $P(G) = 1 - P(\text{niet-G}) = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$

f Nee, want ze hebben de worp (2, 2) bijvoorbeeld gemeenschappelijk.

E-4a Een kans van $\frac{1}{2}$ betekent niet van elk tweetal één.

b Ja, twee van de vier mogelijkheden.

c Een vaas met een rode knikker (alarm) en een witte knikker (loos alarm).

d Moet worden teruggedaan.

e Vier trekkingsresultaten.

f $P(\text{twee meldingen loos}) = \frac{1}{4}$

g $P(\text{één van de twee loos}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

E-5a

a ja

b Nee, maar geen bezwaar want 85% is veel.

c Door de aseleetheid kan het toeval de

uitkomsten bederven.

G-1a Het is niet mogelijk om minstens een miljoen auto's duizenden kilometers te laten rijden voor een test.

b Eén op de duizend van één op de duizend is één op de miljoen.

c Bij auto's kun je nog wel een aantal testen uitvoeren om één op de duizend te bereiken. Vliegtuigen zijn per stuk veel duurder. Ook zijn de gevolgen bij het weigeren van het systeem bij vliegtuigen veel groter.

d nee

G-2a $P(mm) = \frac{1}{4}$, $P(mj \text{ of } jm) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ en $P(jj) = \frac{1}{4}$

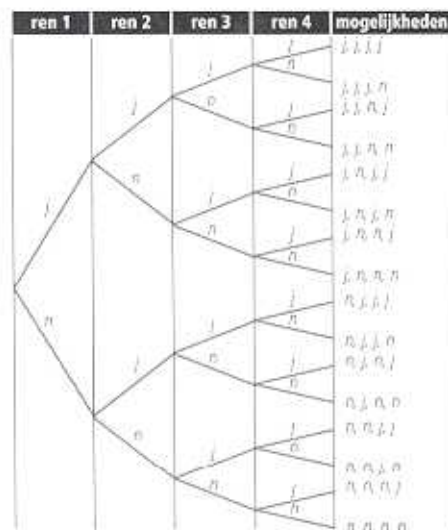
b nee

c Gezinnen waarbij de eerste twee kinderen hetzelfde geslacht hebben laten het kennelijk niet bij twee kinderen.

S2 Telproblemen

- G-3a** Niet iedereen in 1936 was lid van een club of had een telefoon.
- b** De oververtegenwoordiging van de republikeinen strookte nu niet met de economische verschuiven.
- c** Ook een aselechte steekproef wordt door te kleine respons bedorven omdat je niet weet of wellicht een selecte groep juist wel respondeert.
- d** Inmiddels heeft iedereen telefoon.
- A-1a** Bij een productie waarbij 35% van de producten tweede keus is, is de kans op twee tweede keus exemplaren in een steekproef van vier 0,311. Bijstelling is wel terecht omdat er 35%, dus meer dan 30% tweede keus exemplaren zijn.
- b** De kans is afgerond 0.
- c** Als je let op het aantal goede exemplaren dan wordt het populatiepercentage $100 - 70 = 30$ en het aantal successen $4 - 1 = 3$.
- d** Bij een populatiepercentage van 5 en nul tweede keus exemplaren en dus ook bij een populatiepercentage van $100 - 5 = 95$ en een aantal tweede keus exemplaren van $4 - 0 = 4$.
- e** Ja, elk getal komt twee keer voor in de tabel behalve bij een populatiepercentage van 50 en twee tweede keus exemplaren.
- f** aantal is minstens
- | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------|---|-----------------|-----------------|----------------|----------------|
| kans | 1 | $\frac{15}{16}$ | $\frac{11}{16}$ | $\frac{5}{16}$ | $\frac{1}{16}$ |
- A-2a** $42\% - 11\% = 31\%$ en $42\% + 11\% = 53\%$
- b** $42\% - 3\% = 39\%$ en $42\% + 3\% = 45\%$
- c** De marges worden bij een grotere steekproef kleiner.
- d** $17\% - 2\% = 15\%$ en $17\% + 2\% = 19\%$
Dus op minimaal 23 en maximaal 29 zetels.
- e** $38\% - 11\% = 27\%$ en $38\% + 11\% = 49\%$
Nee, want het is minimaal 27% en maximaal 49%.

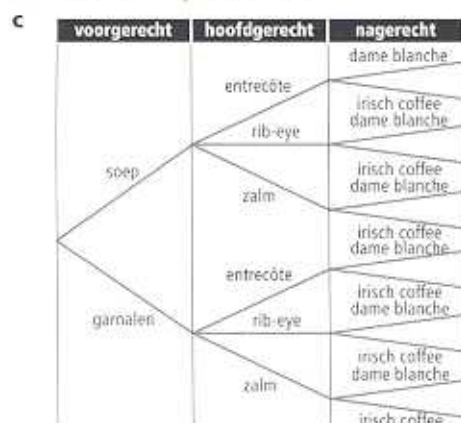
- I-1a** $5 \times 5 \times 5 = 125$
- b** $5 \times 4 \times 3 = 60$
- c** Per drie letters heb je telkens zes volgorden dus $\frac{60}{6} = 10$ mogelijkheden.
- d** Met drie dezelfde letters zijn er 5 mogelijkheden en met twee dezelfde letters zijn er 60 mogelijkheden.
- e** Het aantal mogelijkheden van manier 2 en beide uitkomsten van opdracht d moeten opgeteld 125 mogelijkheden opleveren.
- I-2a** 24 woorden
- b** 120 woorden
- I-3a** Zie de tekening links op de volgende bladzijde.
- b** $P(\text{drie keer dezelfde letter}) = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$
- I-4a** 720 voorspellingen
- b**



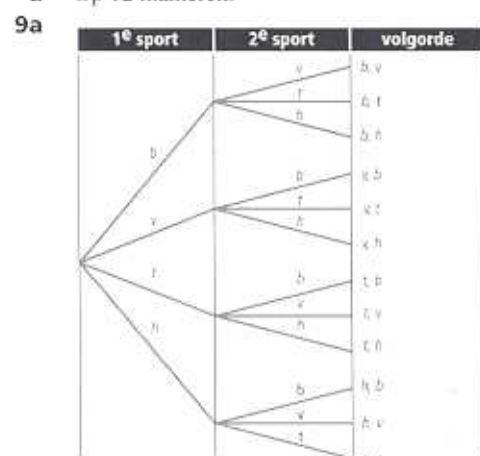
- c** 6 volgorden
- d** $P(\text{vier namen goed}) = \frac{1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}$
- 1a** 53 leerlingen
- b** 30 leerlingen
- c** Er zijn 93 leerlingen die alleen scheikunde volgen van de drie genoemde vakken.
- d** $P(\text{geen natuurkunde}) = \frac{82 + 30 + 93}{500} = 0,41$

8a voorgerecht, hoofdgerecht en nagerecht

b 2 takken: Soep en Garnalen



d Op 12 manieren.



b 12 volgorden

c $4 \times 4 = 16$ volgorden

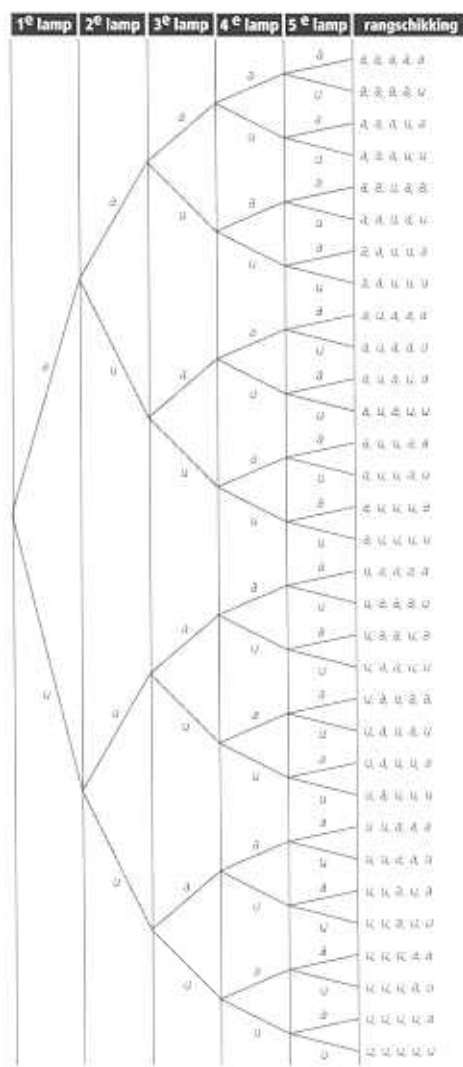
10a Zie de tekening rechtsboven deze bladzijde.

b 32 signalen

c $P(\text{meer dan twee lampjes branden}) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

11 Jochem, want Leo heeft een vlag gemaakt met drie banen.

10a



12a



b kop, kop

c 8 routes

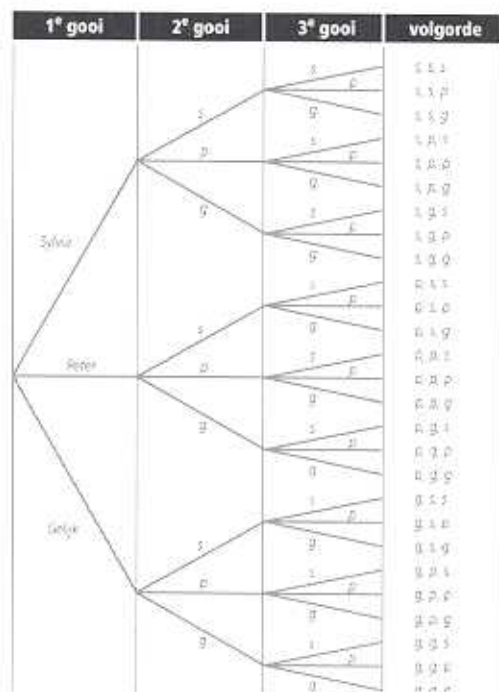
d Nee, maar één volgorde levert verlies op voor de gokker.

e

aantal keer gooien	2	3	4	5
aantal routes in het boomdiagram	4	8	16	32

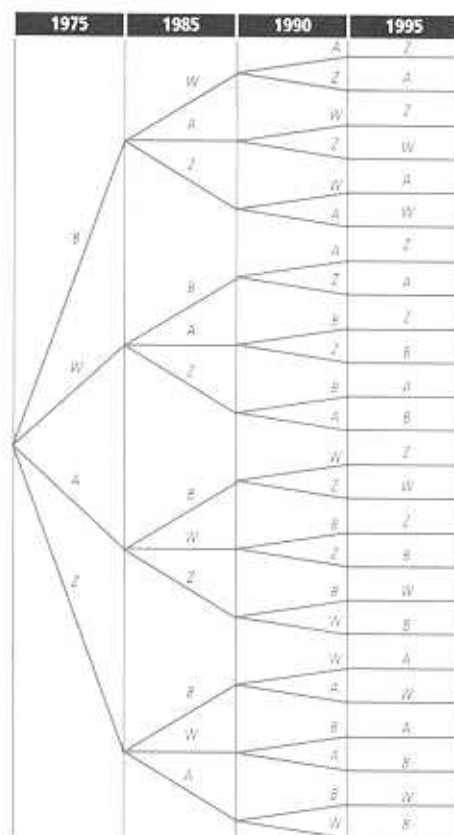
- 13a** $3 \times 3 = 9$ mogelijkheden
b $3 \times 3 \times 3 = 27$ mogelijkheden
c $3^6 = 729$ mogelijkheden
d $3^{10} = 59\,049$ kolommen
e $\frac{59\,049}{2} = 29\,524,5$
 Dus $29\,525 \times f\,2,50 = f\,73.812,50$
- 14** $2^5 = 32$ volgorden en $3^3 = 27$ volgorden
15a $2^5 = 8$ instellingen
b $2^6 = 64$ instellingen
c $2^9 = 512$ en $2^{10} = 1024$
 Dus minstens 10 dipswitches.

16a

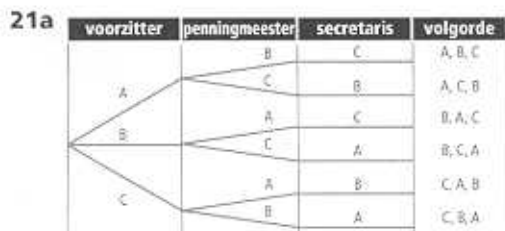


- b** 27 spelverlopen
c 7 spelverlopen
d $3^6 = 729$ spelverlopen
e De mogelijkheid $ggsspp$ levert $15 \times 6 = 90$ volgorden. De mogelijkheid $sspppp$ levert 20 volgorden. De mogelijkheid $ggggsp$ levert $15 \times 2 = 30$ volgorden en de mogelijkheid $gggggg$ levert 1 volgorde. In totaal is er 141 keer sprake van een gelijk spel.

17a



- b** 24 volgorden
c $P(\text{juiste volgorde}) = \frac{1}{24}$
- 18a** $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ volgorden
b Die kans is 0, want dan staat de vijfde songtitel ook automatisch goed.
c $P(\text{minstens 1 verkeerd}) = 1 - P(\text{alles goed})$
 $= 1 - \frac{1}{120} = \frac{119}{120}$
- 19** $9! = 362\,880$ volgorden en $\frac{362\,880}{365} = 994,19$
 Na 995 jaar heeft hij alle mogelijke volgorden gehad.
- 20a** $9! = 362\,880$ en $10! = 3\,628\,800$
b $14! = 8,71782912 \times 10^{10} = 87\,178\,291\,200$
c Bij de meeste rekenmachines is dat $69!$



- b** 6 volgorden
c $6 \times 5 \times 4 = 120$ volgorden
22a $6! \times 1,5 = 720 \times 1,5 = 1080$ seconden = 18 minuten

b $3! = 6$ permutaties

23a faculteitsboom

b Met een boomdiagram zoals getekend staat in opdracht 3. Alleen moet je nu pas ophouden als er drie sets gewonnen zijn.

c faculteitsboom

d machtsboom

e faculteitsboom

f Met een gedeeltelijk getekende faculteitsboom

24a Zie de tekening onderaan deze bladzijde.

b 2 leerlingen

25a Zie de tekening rechtsboven deze bladzijde.

b 18 driegangendiners

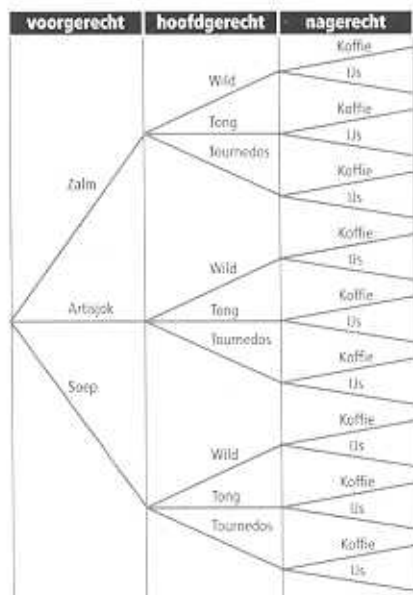
c $2 \times 2 \times 2 = 8$ keuzes

26a De worpen (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2) en (6, 3) leveren een verschil van drie op. Dus 6 worpen.

b $P(\text{verschil is drie}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

27 Een boomdiagram met twee vertakkingen.

25a



28a $10^4 = 10\,000$ PIN-codes

b $\frac{1\,000\,000}{10\,000} = 100$ keer

c Ja, het lukt zelfs in maximaal twee keer.

d Het kan lukken, maar zeker is het niet want er zijn 6 volgorden.

29a $3^3 = 27$ volgorden

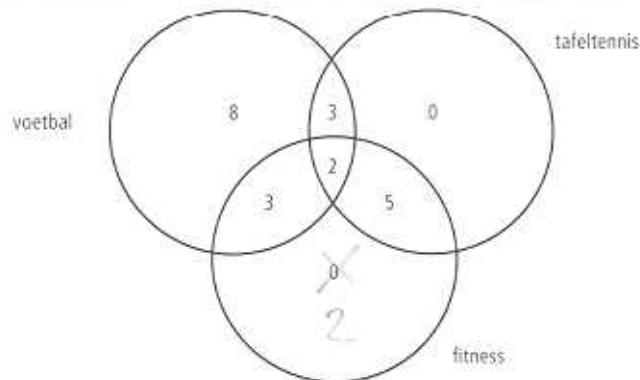
b Voor 4 6 5 zijn er 6 volgorden en voor 5 5 5 is er 1 volgorde. Dus er zijn 7 volgorden.

c $3^2 = 9$ volgorden

d

totaal aantal eieren	12	13	14	15	16
aantal volgorden	1	3	6	7	6
	17	18			
	3	1			

24a



30a $126 \times 3 \times 5 = 1890$ eieren

b $\frac{6}{27} \times 100\% \approx 22,2\%$

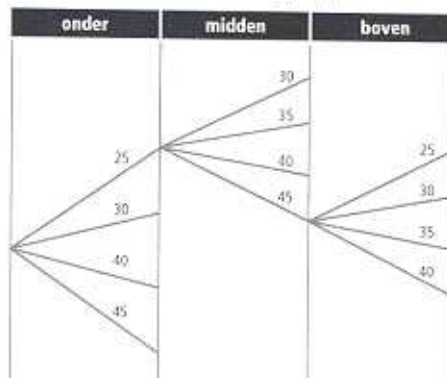
c Dat elk aantal eieren per broedsel een even grote kans heeft om op te treden.

T-1a $P(\text{hoogste is } 4) = \frac{7}{36}$

b $P(\text{ten hoogste één } 4) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

c $P(\text{verschil kleiner dan } 5) = \frac{34}{36} = \frac{17}{18}$

T-2a



$4 \times 4 \times 4 = 64$ volgorden

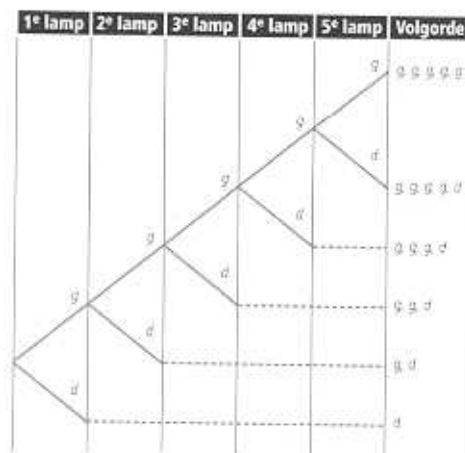
b De lengten 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125 en 130 cm zijn mogelijk. Dus 11 verschillende lengten.

c Nee, want de kans dat je precies de juiste tentstokken combineert is zeer klein.

T-3a Zie de tekening rechts onderaan deze bladzijde.

b 10 volgorden

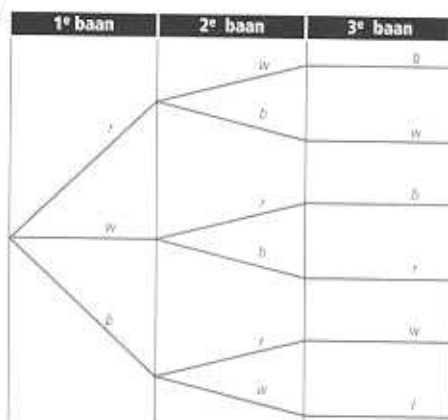
c



d 6 volgorden

e Hij heeft geen gelijk, want één op de 32 dozen bevat vijf goede lampen en in alle andere gevallen wordt de doos teruggestuurd.

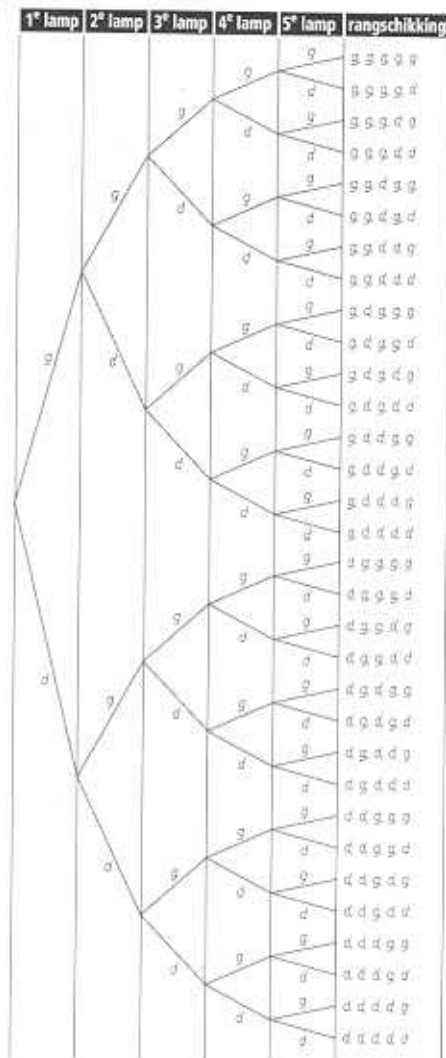
T-4a



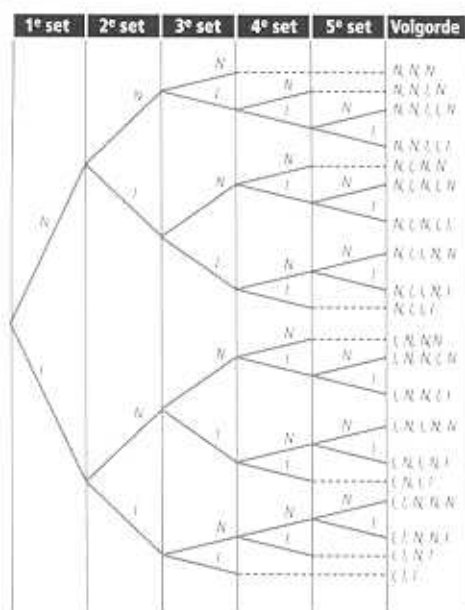
b 6 volgorden

c $4! = 24$ volgorden

T-3a



T-5a



b 20 wedstrijdverlopen

c 10 wedstrijdverlopen

d 6 manieren

T-6a Zie de tekening rechtsboven deze bladzijde.

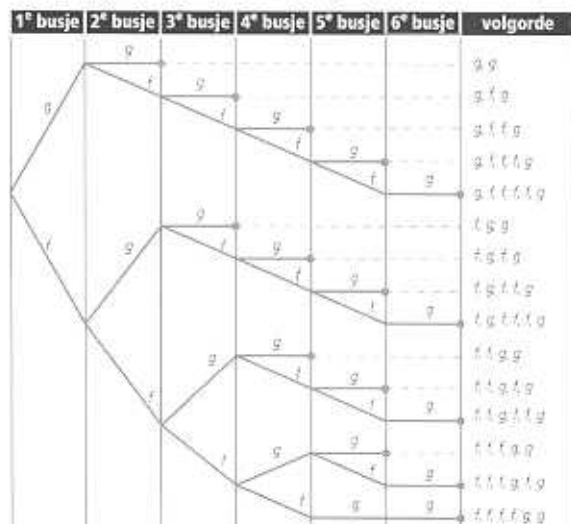
b 24 volgorden

c $P(\text{loting opnieuw}) = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

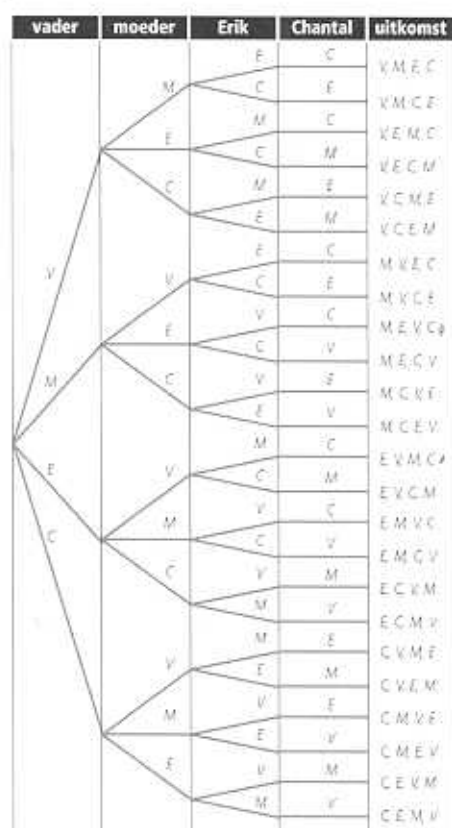
E-1a De stenen (0, 3), (0, 6), (1, 3), (1, 6), (2, 3), (2, 6), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 6) en (6, 6). Dus 12 andere stenen.

b $P(\text{tegen } (6, 3)) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ c $P(\text{aantal ogen kleiner dan vijf}) = \frac{6}{24}$

E-2a



T-6a

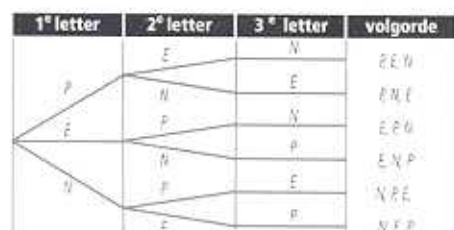


E-2b 15 volgorden

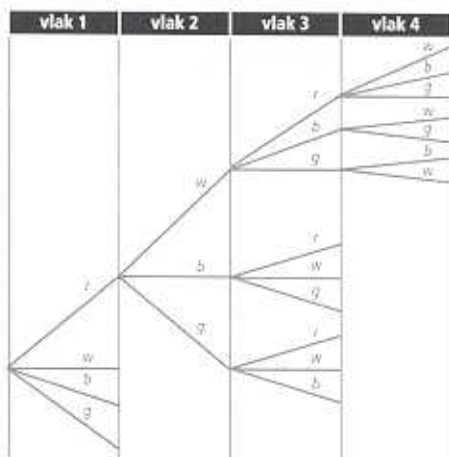
c $P(\text{meer dan drie openen}) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

- E-3a** $2^5 - 1 = 31$ personen
b $2^8 - 1 = 255$ personen
c $2^{10} = 1024$ en $2^{11} = 2048$
 Dus je hebt minstens 11 lampjes nodig.

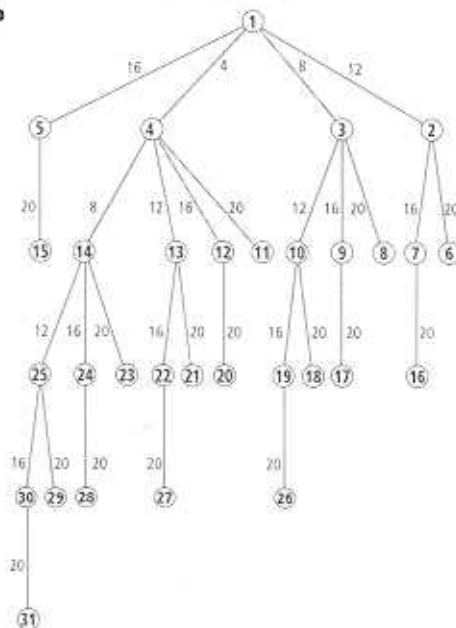
E-4a



- b** 6 drieletterwoorden
c $4! = 24$ vierletterwoorden
E-5a Voor 99 999 auto's
b $10^4 \times 23 = 230\,000$ nummerplaten
c $10^2 \times 26^4 = 45\,697\,600$ nummerplaten
d Dan zouden er per jaar 4 569 760 nieuwe auto's verkocht moeten worden. Dat is op een inwoneraantal van ongeveer 15 miljoen erg veel. Dus worden niet alle letters en cijfers gebruikt.
G-1a $6 \times 6 \times 6 = 216$ volgorden
b $6 + 6 + 6 = 18$ keer
c $6 + 5 + 4 = 15$ keer
G-2a $10^6 = 1\,000\,000$ telefoonnummers
b $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151\,200$ nummers
c Saskia heeft de mogelijkheden 66, 69, 96 en 99. Eén van die vier is goed en dat is 25%.
G-3a $4! = 24$ mogelijkheden
b Als je voor het eerste vlak bijvoorbeeld rood kiest heb je 21 mogelijkheden. Dus in totaal heb je $4 \times 21 = 84$ mogelijkheden.



- G-4a** $8! = 40\,320$ manieren
b $2 \times 4! \times 4! = 1152$ manieren
G-5a $36 - 20 = 16$ minuten later
b

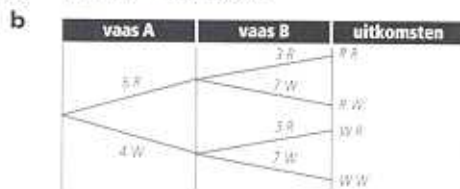


Dan duurt het 20 minuten.

- c** Nee, je kan geen snellere telefoonschakels bedenken want dan bereik je hoogstens 16 leerlingen.

- c $P(\text{verder en daarna niet verder}) = 0,4 \times 0,8 = 0,32$
 $P(\text{niet verder}) = 0,6$
 d 32%
 e Mijnheer Overvoort is geen willekeurige sollicitant.

2a $10 \times 10 = 100$ takken



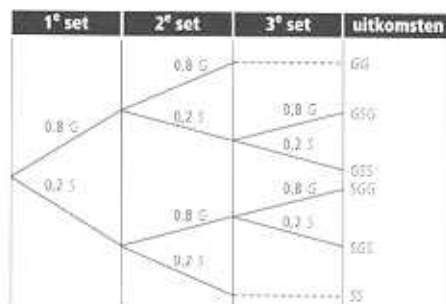
- c RR komt 18 keer voor, RW komt 42 keer voor, WR komt 12 keer voor en WW komt 28 keer voor.
 d $P(RR) = \frac{18}{100}$, $P(RW) = \frac{42}{100}$, $P(WR) = \frac{12}{100}$ en $P(WW) = \frac{28}{100}$
 3a 60% van de knikkers in vaas A is rood en 40% van de knikkers in vaas A is wit.
 b 180, 420, 120 en 280
 c $P(RR) = \frac{180}{1000} = \frac{18}{100}$, $P(RW) = \frac{420}{1000} = \frac{42}{100}$, $P(WR) = \frac{120}{1000} = \frac{12}{100}$ en $P(WW) = \frac{280}{1000} = \frac{28}{100}$
 4a In vaas A zijn 4 van de 10 knikkers wit en 6 van de 10 knikkers rood. Dat zijn dus kansen $\frac{4}{10} = 0,4$ en $\frac{6}{10} = 0,6$.



- c Er komen geen mogelijkheden bij, er treedt juist een splitsing op.
 d $P(RW) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$
 e $P(WR) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$ en $P(WW) = 0,4 \times 0,7 = 0,28$

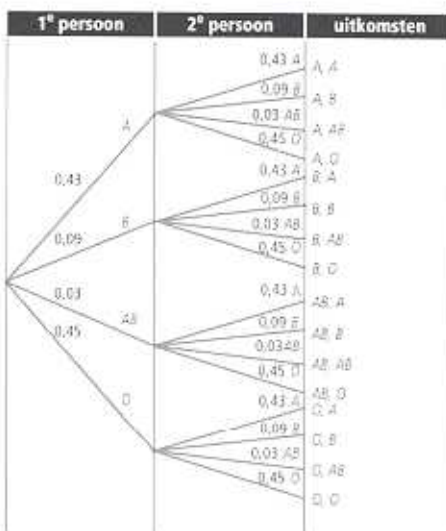
5a $1 - 0,8 = 0,2$

b



- c $P(GG) = 0,8 \times 0,8 = 0,64$
 $P(GSG) = 0,8 \times 0,2 \times 0,8 = 0,128$
 $P(GSS) = 0,8 \times 0,2 \times 0,2 = 0,032$
 d $P(SGG) = 0,2 \times 0,8 \times 0,8 = 0,128$
 $P(SGS) = 0,2 \times 0,8 \times 0,2 = 0,032$
 $P(SS) = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

6a



- b $P(OO) = 0,45 \times 0,45 = 0,2025$
 7a $P(LL) = 0,28 \times 0,28 = 0,0784$
 b $P(LR) = 0,28 \times 0,72 = 0,2016$
 c $P(RL) = 0,72 \times 0,28 = 0,2016$
 d $P(RR) = 0,72 \times 0,72 = 0,5184$
 e $0,0784 + 0,2016 + 0,2016 + 0,5184 = 1$

- 8a $P(EC) = 0,3 \times 0,5 = 0,15$
 b $P(EHC) = 0,3 \times 0,2 \times 0,5 = 0,03$
 c $P(CCCCC) = (0,5)^5 = 0,03125$
 d



9a

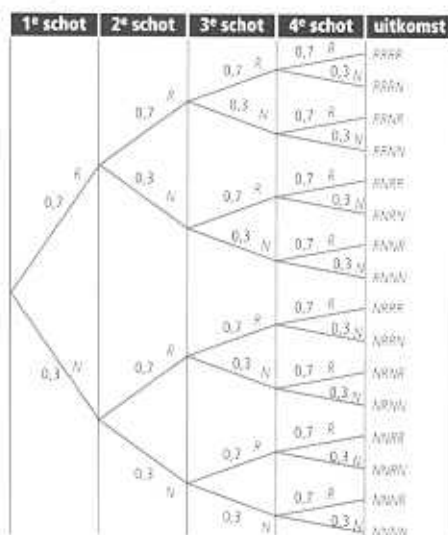
1 ^e draai	2 ^e draai	3 ^e draai	4 ^e draai	5 ^e draai	uitkomst
$\frac{1}{4} A$	$\frac{1}{2} A$	$\frac{1}{4} A$	$\frac{1}{8} D$	$\frac{1}{8} D$	AAADD

- b $P(5 \text{ keer } A) = (\frac{1}{4})^5 = 0,00098$
 c $P(20 \text{ keer } B) = (\frac{1}{2})^{20} = 0,00000095$
 d $P(16 \text{ keer geen } A) = (\frac{3}{4})^{16} \approx 0,01$
 e $P(2 \text{ keer } A, 10 \text{ keer geen } A \text{ of } B, 2 \text{ keer } B) = (\frac{1}{2})^2 \times (\frac{1}{2})^{10} \times (\frac{1}{2})^2 = 0,000000015$
 10a $P(\text{alleen de laatste in gesprek}) = (0,76)^7 \times 0,24 = 0,0351$
 b $P(\text{alleen de eerste en laatste in gesprek}) = (0,76)^6 \times (0,24)^2 = 0,0111$
 c $P(\text{minstens 2 niet in gesprek}) = 1 - P(\text{nul in gesprek}) - P(\text{één in gesprek}) = 1 - (0,76)^8 - 8 \times (0,76)^7 \times 0,24 = 0,6075$
 d 25 knikkers, 6 rode (in gesprek) en 19 witte (niet in gesprek)
 11a $P(A/Rh^-) = 0,43 \times 0,15 = 0,0645$ dus 6,45%
 b $P(O/Rh^+) = 0,45 \times 0,85 = 0,3825$
 c AB/Rh-
 12a $0,6 \times 0,3 = 0,18$ dus 18% langs D
 $0,4 \times 0,45 = 0,18$ dus 18% langs E
 b 36% komt in het meer.
 13a



- b 800 en 200
 640, 160, 160 en 40
 c Voor het aantal keren één rode en één witte knikker kun je de aantallen van RW en WR optellen.

14a



- b $P(3 \text{ keer roos}) = 4 \times (0,7)^3 \times 0,3 = 0,4116$
 c $P(\text{eerste en vierde keer roos}) = (0,7)^2 \times (0,3)^2 = 0,0441$
 d $P(\text{hoogstens 3 keer roos}) = 1 - P(4 \text{ keer roos}) = 1 - (0,7)^4 = 0,7599$
 15a $P(\text{meer dan 1 fout}) = 1 - P(0 \text{ fout}) - P(1 \text{ fout}) = 1 - (\frac{1}{4})^7 - 3 \times \frac{3}{4} \times (\frac{1}{4})^7 = \frac{27}{32}$
 b $P(\text{hoogstens 2 fout}) = 1 - P(3 \text{ fout}) = 1 - (\frac{3}{4})^3 = \frac{37}{64}$
 16a $P(DDGG) = (0,15)^2 \times (0,85)^2 = 0,0163$
 $P(DGDC) = (0,15)^2 \times (0,85)^2 = 0,0163$
 b 6 volgorden
 c $P(\text{twee goede en twee defecte}) = 6 \times (0,15)^2 \times (0,85)^2 = 0,0975$
 d $P(\text{minstens 1 defect}) = 1 - P(0 \text{ defect}) = 1 - (0,85)^4 = 0,4780$
 17a $P(\text{minstens 4}) = 1 - P(3 \text{ welpen}) = 1 - (0,2)^3 = 0,992$
 b $P(\text{hoogstens 7}) = 1 - P(8 \text{ welpen}) - P(9 \text{ welpen}) = 1 - 3 \times (0,3)^2 \times 0,5 - (0,3)^3 = 0,838$

- 18a** $P(RW \text{ Gees}) = \frac{20}{28} \times \frac{8}{28} = \frac{10}{49} \approx 0,2041$
 $P(RW \text{ Govert}) = \frac{20}{28} \times \frac{8}{27} = \frac{40}{189} \approx 0,2116$
- b** $P(WW \text{ Gees}) = \frac{8}{28} \times \frac{8}{28} = \frac{4}{49} = 0,0816$
 $P(WW \text{ Govert}) = \frac{8}{28} \times \frac{7}{27} = \frac{1}{9} \approx 0,0741$
- c** Kun je niet bepalen, want je kunt dan geen volgorde bepalen.
- 19a** $P(\text{wit en rood}) = 2 \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = 0,4938$
- b** $P(\text{wit en rood}) = 2 \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} = 0,5556$
- c** $P(\text{wit en rood}) = 2 \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} = 0,5556$
- 20a** Een vaas met 3 rode knikkers (in de roos) en 2 witte knikkers (niet in de roos). Trek uit de vaas een knikker en leg hem weer terug. Herhaal dit drie keer.
- b** $P(\text{mis-raak-raak}) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{18}{125}$
- c** 3 manieren
- d** Elke manier heeft een kans van $\frac{18}{125}$
- e** $P(\text{één misser}) = 3 \times \frac{18}{125} = \frac{54}{125}$
- 21a** Een vaas met 3 rode knikkers (prijs) en 3 witte knikkers (geen prijs). Trek uit de vaas een knikker en leg hem niet terug. Herhaal dit drie keer.

b



- c** prijs-prijs-geen prijs, prijs-geen prijs-prijs en geen prijs-prijs-prijs
- d** $P(\text{prijs-prijs-geen prijs}) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$
- e** $P(\text{twee goede vakjes}) = 3 \times \frac{3}{31} = \frac{9}{31}$
- 22** $P(4 \text{ volle en } 2 \text{ lege batterijen}) = 10 \times \frac{8}{12} \times \frac{7}{11} \times \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} \approx 0,3030$
- 23a** Omdat de kans per blik in die grote partij 90% is en dus gelijk blijft. Vijf blikken uit de partij verandert het percentage van 90% niet merkbaar.
- b** $P(\text{één blik niet van kwaliteit A}) = 5 \times (0,9)^4 \times 0,1 = 0,32805$
- c** $P(\text{twee blikken niet van kwaliteit A}) = 10 \times (0,9)^4 \times (0,1)^2 = 0,0729$

- 24** Er zijn drie oneven cijfers, dus de kans is $\frac{1}{3}$

25a

$$\frac{26}{70}$$

$$\frac{32}{71}$$

$$\frac{26}{98}$$

26a

geneesmiddel	gezezen	uitkomst
nieuw	wel	nieuw, wel
	niet	nieuw, niet
oud	wel	oud, wel
	niet	oud, niet

- b** $P(\text{wel} | \text{nieuw}) = \frac{83}{100} = 0,83$
- c** $P(\text{wel} | \text{oud}) = \frac{412}{600} = 0,6867$
- d** $P(\text{niet} | \text{oud}) = \frac{188}{600} = 0,3133$
- 27a** $P(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ en $P(A | B) = \frac{1}{13}$
 De voorwaarde verandert de verhoudingen niet.
- b** $P(B) = \frac{11}{32} = \frac{1}{3}$ en $P(B | A) = \frac{1}{4}$
 De voorwaarde verandert de verhoudingen niet.
- c** $P(C) = \frac{1}{32}$ en $P(C | A) = \frac{1}{4}$
 De voorwaarde verandert de verhoudingen.
- 28a** $P(A) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ en $P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
- b** $P(A | B) = \frac{0}{36} = 0$ en $P(B | A) = \frac{0}{36} = 0$
 $P(A | B) \neq P(A)$ en $P(B | A) \neq P(B)$, dus A en B zijn afhankelijk.
- 29a** $P(\text{onvoldoende CSE} | \text{voldoende SO}) = \frac{11}{77} = 0,1429$
- b** Waarschijnlijk niet, want ze is geen willekeurige leerling.
- c** $P(\text{onvoldoende SO} | \text{voldoende CSE}) = \frac{5}{71} = 0,0704$
- d** $P(\text{onvoldoende SO}) = 0,23$ en $P(\text{onvoldoende CSE}) = 0,29$
 $P(\text{onvoldoende SO} | \text{onvoldoende CSE}) = \frac{18}{59} \approx 0,3051$
 $P(\text{onvoldoende CSE} | \text{onvoldoende SO}) = \frac{18}{53} \approx 0,3396$
 De kansen zijn niet gelijk, dus afhankelijk.

T-1a

machine	goed/defect	kans
A	g 0,99	0,693
	d 0,01	0,007
B	g 0,93	0,279
	d 0,07	0,021

b $P(\text{defect}) = 0,7 \times 0,01 + 0,3 \times 0,07 = 0,028$

c

1 ^e lamp	2 ^e lamp	3 ^e lamp	uitkomst
g	g 0,972	g 0,972	g g g
		d 0,028	g g d
	d 0,028	g 0,972	g d g
		d 0,028	g d d
d	g 0,972	g 0,972	d g g
		d 0,028	d g d
	d 0,028	g 0,972	d d g
		d 0,028	d d d

d $P(\text{nul defecte lampen}) = (0,972)^3 \approx 0,9183$

e $P(\text{twee defecte lampen}) = 3 \times (0,028)^2 \times 0,972 = 0,0023$

T-2a $P(\text{één van de vier werkt mee}) = 4 \times \frac{1}{4} \times (\frac{3}{4})^3 = 0,4219$

b $P(\text{vier mensen werken mee}) = (\frac{1}{4})^4 = 0,0039$

c $P(\text{eerste twaalf doen niet mee en de laatste vier wel}) = (\frac{3}{4})^{12} \times (\frac{1}{4})^4 \approx 0,00012$

d $P(\text{zes mensen werken mee}) = (\frac{1}{4})^6 = 0,00024$

T-3a $P(\text{tweintig goede buttons}) = (0,98)^{20} \approx 0,6676$

b $P(\text{één verkeerde button}) = 20 \times 0,02 \times (0,98)^{19} \approx 0,2725$

c $P(\text{minstens twee verkeerde buttons}) = 1 - P(\text{tweintig goede buttons}) - P(\text{één verkeerde button}) = 1 - 0,6676 - 0,2725 = 0,0599$

d $P(\text{hoogstens 19 goede buttons}) = 1 - P(\text{tweintig goede buttons}) = 1 - 0,6676 = 0,3324$

T-4a $P(\text{vier blauwe}) = \frac{20}{30} \times \frac{20}{30} \times \frac{19}{29} \times \frac{18}{28} \approx 0,1872$

b Nee, je kunt ook twee witte en twee blauwe knikkers trekken.

c $P(\text{één blauwe en drie witte}) = 4 \times \frac{20}{30} \times \frac{10}{30} \times \frac{9}{29} \times \frac{8}{28} \approx 0,0788$

T-5a

ziekte	test	uitkomst
ja	0,9 juist	ja, juist
	0,1 niet	ja, niet
nee	0,9 juist	nee, juist
	0,1 niet	nee, niet

b

ziekte	test positief		
	ja	nee	
ja	0,0005625	0,0000625	0,000625
nee	0,8994375	0,0999375	0,999375
	0,9	0,1	1

c $P(\text{positief}) = 0,9$

d $P(\text{ziek} | \text{positieve indicatie}) = \frac{0,0005625}{0,9} = 0,000625$

e $P(\text{ziek} | \text{negatieve indicatie}) = \frac{0,0000625}{0,1} = 0,000625$

f Mijnheer Meeuwse is geen willekeurig persoon.

T-6a $P(\text{meisje}) = \frac{1568}{3081} \approx 0,5089$ is niet gelijk aan

$P(\text{meisje} | \text{N\&G}) = \frac{329}{653} \approx 0,5038$

$P(\text{N\&G}) = \frac{653}{3081} \approx 0,2119$ is niet gelijk aan

$P(\text{N\&G} | \text{meisje}) = \frac{329}{1568} \approx 0,2098$

De gebeurtenissen 'meisje' en 'profiel N\&G' zijn afhankelijk.

b $P(\text{meisje}) \approx 0,5089$ is niet gelijk aan

$P(\text{meisje} | \text{N\&T}) = \frac{107}{425} \approx 0,2518$

$P(\text{N\&T}) = \frac{425}{3081} \approx 0,1379$ is niet gelijk aan

$P(\text{N\&T} | \text{meisje}) = \frac{107}{1568} \approx 0,0682$

De gebeurtenissen 'meisje' en 'profiel N\&T' zijn afhankelijk.

E-1a

1 ^e gooi	2 ^e gooi	3 ^e gooi	4 ^e gooi	uitkomst
K	K	K	K	K K K K
		M	K	K K K M
	M	K	K	K K M K
		M	K	K K M M
M	K	K	M	K M K K
		M	M	K M K M
	M	K	M	M K K K
		M	M	M K K M

- b** $P(KMK) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$
 $P(MM) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
- c** $P(KKKK) = (\frac{1}{6})^4 = \frac{1}{1296}$
- E-2a** $P(\text{tien flessen minstens 1 liter}) = (0,98)^{10} \approx 0,8171$
- b** $P(\text{laatste vijf minder dan 1 liter}) = (0,98)^{10} \times (0,02)^5 \approx 0,000000003$
- c** $P(\text{eerste drie minder dan 1 liter}) = (0,02)^3 \times (0,98)^7 \approx 0,00000667$
- E-3a** $P(\text{minstens één strike}) = 1 - P(\text{nul strikes}) = 1 - (0,4)^{10} \approx 0,9999$
- b** $P(\text{minstens twee strikes}) = 1 - P(\text{nul strikes}) - P(\text{één strike}) = 1 - (0,4)^{10} - 10 \times (0,4)^9 \times 0,6 \approx 0,9983$
- c** $P(\text{hoogstens acht strikes}) = 1 - P(\text{negen strikes}) - P(\text{tien strikes}) = 1 - 10 \times (0,6)^9 \times 0,4 - (0,6)^{10} \approx 0,9536$
- d** $P(\text{minder dan negen strikes}) = P(\text{hoogstens acht strikes}) \approx 0,9536$
- E-4a** $4! = 24$ volgorden
- b** $P(\text{één vis uit elke leeftijdsklasse}) = 24 \times 0,36 \times 0,31 \times 0,23 \times 0,10 = 0,0616$
- c** $P(\text{drie jonger dan 2 jaar}) = 4 \times (0,67)^3 \times 0,33 \approx 0,3970$
- d** $6 \times 2 = 12$ volgorden en 6 volgorden
- e** $P(1, 1, 1, 1) + P(0, 0, 2, 2) + P(0, 2, 1, 1) + P(0, 0, 1, 3) = (0,31)^4 + 6 \times (0,36)^2 \times (0,23)^2 + 12 \times (0,31)^2 \times 0,23 \times 0,36 + 12 \times (0,36)^2 \times 0,31 \times 0,1 = 0,1914$
- E-5a** Een vaas met daarin één rode knikker (kop) en één witte knikker (munt) waaruit je drie keer een knikker pakt met teruglegging.
- b** $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
- c** Op 3 manieren
- d** $3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$
- E-6a** $P(\text{twee kinderen met bruine ogen}) = 3 \times (0,75)^2 \times 0,25 = 0,4219$
- b** $P(\text{minstens twee kinderen met bruine ogen}) = 1 - P(0 \text{ of } 1 \text{ kind niet bruine ogen}) = 1 - (0,25)^4 - 4 \times (0,25)^3 \times 0,75 = 0,9492$
- c** $P(\text{twee kinderen met bruine ogen}) = 6 \times (0,25)^2 \times (0,75)^2 \approx 0,2109$
- E-7a** $\frac{146}{610} \approx 0,2393$
- b** Je kunt niet bepalen hoe vaak het voorkomt dat het alarm niet afgaat terwijl er geen brand is.

- E-8** $P(A|B) = \frac{1}{15}$ en $P(A) = \frac{5}{36}$
 $P(B|A) = \frac{2}{3}$ en $P(B) = \frac{15}{36}$
 A en B zijn dus afhankelijk.
- G-1a** $6 \times 6 \times 6 = 216$ uitkomsten
- b** $P(\text{som is 6}) = \frac{3+6+1}{216} = \frac{10}{216}$
- c** $P(\text{minstens één keer 3 ogen}) = 1 - P(\text{geen keer drie ogen}) = 1 - \frac{5 \times 5 \times 5}{216} = \frac{91}{216}$
- G-2a** Bij een vierkeuzevraag is één van de vier vragen goed, dus de kans is $\frac{1}{4} = 0,25$.
- b** $P(\text{vier goed}) = 15 \times (0,25)^4 \times (0,75)^2 \approx 0,0330$
- c** $P(\text{twee goed}) = 15 \times (0,25)^2 \times (0,75)^4 = 0,2966$
- d** Een van de vier vragen is goed, dus van de zes vragen is gemiddeld 1,5 vraag goed. Dat is dus gemiddeld f 150,-.
- e**

worp 1	worp 2	worp 3	bedrag	kans
		$\frac{1}{3}$	f 3600,-	$\frac{1}{27}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	f 400,-	$\frac{1}{27}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	f 400,-	$\frac{1}{27}$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	f 100,-	$\frac{1}{27}$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	f 400,-	$\frac{1}{27}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	f 100,-	$\frac{1}{27}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	f 100,-	$\frac{1}{27}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	f 100,-	$\frac{1}{27}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	f 50,-	$\frac{1}{27}$

- f** Het maakt niets uit want de verwachtingswaarde blijft f 200,-.
- g** Het maximum van de eerste ronde is f 600,- en van de tweede ronde f 4.800,-.
 $P(f 4.800,-) = (\frac{1}{4})^6 \times (\frac{1}{4})^2 \approx 0,000009$
- G-3a** $P(\text{gezond} | \text{ziek}) = \frac{15}{100}$
- b** $\frac{8}{1000} \times 62\,000 = 496$ ziek
 $496 \times 0,85 + 61\,504 \times 0,05 \approx 3497$ mensen
- c** $\frac{8}{1000} \times 0,15 + \frac{992}{1000} \times 0,05 = 0,0508$ dus ongeveer 5,1%
- d** $\frac{8}{1000} \times 0,1 + \frac{992}{1000} \times 0,1 = 0,1$ dus 10%
 Nee, niet betrouwbaarder

G-4a $0,15 \times 0,80 = 0,12$

getuige ziet kleur	auto is groen	geel	totaal
groen	0	5	5
geel	15	80	95
	15	85	100

Het verhaal van de verdediging is juist.

getuige ziet kleur	auto is groen	geel	totaal
groen	0,0885	0,0765	0,165
geel	0,0615	0,7735	0,835
	0,15	0,85	1

d Ja, want er is 86,2% juist voorspeld. Dat is zelfs meer dan 80%.

A-1a $26 \times 10^8 = 2\,600\,000\,000$ lotnummers

b $10^7 = 10\,000\,000$ lotnummers

c $\frac{4}{10\,000\,000} \approx 0,00004$

d $15\,000\,000 \times \frac{6}{100} \times 4 = 3\,600\,000$ lotnummers

e $\frac{0,55 \times 3\,600\,000}{10\,000\,000} = 0,198$

f $15\,000\,000 \times \frac{4}{100} \times 6 = 3\,600\,000$ lotnummers

Er komen evenveel lotnummers terug, dus de kans is gelijk gebleven.

g $P(\text{minstens één keer hoofdprijs}) = 1 - P(\text{nul keer hoofdprijs}) = 1 - (0,35)^4 = 0,985$

B-1a $P(A) = \frac{1}{6}$ en $P(B) = \frac{1}{6}$ en $P(A \text{ en tevens } B) = \frac{1}{36}$

b $P(A|B) = \frac{1}{6}$ en $P(B|A) = \frac{1}{6}$
Dus A en B zijn onafhankelijk.

c $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = P(A \text{ en tevens } B)$

d C : Eén getrokken kaart is harten.
 D : Eén getrokken kaart is boer.
 $P(C) \cdot P(D) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{52} = \frac{1}{52} = P(C \text{ en tevens } D)$

	A	niet-A	
B	0,27	0,18	0,45
niet-B	0,33	0,22	0,55
	0,6	0,4	1

b $P(\text{niet-A}) \cdot P(\text{niet-B}) = 0,4 \times 0,55 = 0,22 = P(\text{niet-A en tevens niet-B})$
Ze zijn dus onafhankelijk.

c $P(A) \cdot P(\text{niet-B}) = 0,6 \times 0,55 = 0,33 = P(A \text{ en tevens niet-B})$
Ze zijn dus onafhankelijk.

	A	niet-A	
B	$p \cdot q$	$q \cdot (1-p)$	q
niet-B	$p \cdot (1-q)$	$(1-q)(1-p)$	$1-q$
	p	$1-p$	1

B-3a $P(RW) = \frac{8}{20} \times \frac{12}{19} = P(R) \cdot P(W|R)$

b $P(WRW) = \frac{12}{20} \times \frac{8}{19} \times \frac{11}{18} = P(W) \cdot P(R|W) \cdot P(W|WR)$

c $P(W) \cdot P(R|W) \cdot P(W|WR) \cdot P(R|WRW)$

d $P(RW) = P(R) \cdot P(W)$
 $P(WRW) = P(W) \cdot P(R) \cdot P(W)$

Onderzoek Randomized response

- 1a** Heb je al een keer met iemand sex gehad?
Heb je wel eens gerookt?
Heb je wel eens iets gestolen uit winkels?
Belangrijk voor ouders, leraren en andere opvoeders.

- b** Hoeveel verdient u per maand?
Hoe vaak gaat u met uw partner naar bed?
Welke dingen heeft u vroeger gedaan die niet door de beugel konden?

- 2a** De onderzoeker weet niet welke vragen je naar waarheid hebt ingevuld.

- b** Van alle mensen zal volgens afspraak $\frac{1}{10}$ deel de vraag met ja antwoorden en $\frac{1}{10}$ deel met nee. Dat zijn $8 + 8 = 16$ antwoorden. De overige $80 - 16 = 64$ antwoorden worden naar waarheid ingevuld. Daarvan wordt $50 - 8 = 42$ keer ja ingevuld.

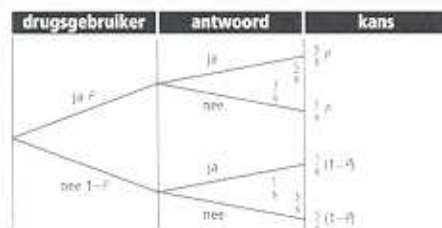
- 3** Gooi met een dobbelsteen.
Als je een 1 gooit antwoord je altijd met 'ja'.
Als je een 2 gooit antwoord je altijd met 'nee'.

Als je 3, 4, 5 of 6 gooit antwoord je naar waarheid.

Je stelt één vraag aan 120 mensen. 70 mensen geven een ja-antwoord. Van alle mensen zal volgens de afspraak $\frac{1}{6}$ deel de vraag met ja beantwoorden en $\frac{1}{6}$ deel met nee. Dat zijn $20 + 20 = 40$ antwoorden. De overige $120 - 40 = 80$ antwoorden worden naar waarheid ingevuld. Daarvan wordt $80 - 30 = 50$ keer ja ingevuld. Het echte percentage ja-antwoorden is dus $\frac{50}{80} \times 100\% = 62,5\%$.

- 4a** nee

- b**



- c** De kans op een ja-antwoord is $\frac{1}{6} \cdot p + \frac{1}{6} (1-p)$
 $= \frac{1}{6} \cdot p + \frac{1}{6}$

Het aantal ja-antwoorden is $1800 \cdot (\frac{1}{6} \cdot p + \frac{1}{6})$
 $= 1200 \cdot p + 300$

- d** $1200 \cdot p + 300 = 720$ geeft $p = 0,35$
Dus 35% van de jongeren gebruikt wel eens drugs.

- 5a** $360 \cdot (\frac{1}{6} \cdot p + \frac{1}{6}) = 200$ geeft $240 \cdot p + 60$
 $= 200$

$240 \cdot p = 140$ geeft $p \approx 0,58$

Dus 58% van de ondervraagden verzwijgt wel eens inkomsten.

- b** Er zijn maar 240 mensen die in dit geval naar waarheid hebben geantwoord, dat is redelijk weinig. Je moet zorgen dat je een representatieve steekproef hebt van alle mensen die een belastingformulier invullen. De mensen die die inkomsten verzwijgen zullen dat misschien bij zo'n enquête toch niet eerlijk toegeven.

- 6a** -

- b** -

- c** Bij een zo groot mogelijke steekproef is er weinig verschil tussen het geschatte percentage en het vooraf gekozen percentage.

- 7a** Door een schriftelijke, anonieme enquête af te nemen, waarbij je een instructie toevoegt zoals bijvoorbeeld in opdracht 3. Deze enquête minstens aan 1000 mensen in de te onderzoeken groep toe te sturen.

- b** Een aantal mensen zal de enquête niet terugsturen. Dit kunnen net de mensen zijn die bevestigend zouden antwoorden op de gestelde vragen.
Bij een telefonische enquête heb je nog steeds een aantal niet-beantwoorders en het is niet anoniem.

- 8** -

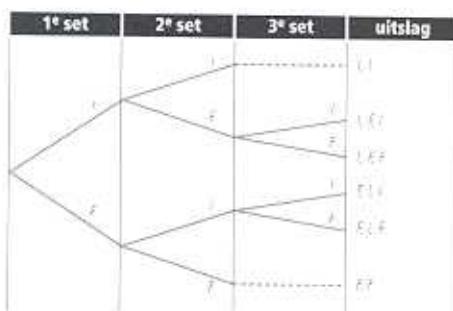
Complexe opdrachten

- C-1a** $12! = 479\,001\,600$ manieren
b $11! = 39\,916\,800$ volgorden
c $10 \times 3! = 60$ volgorden
d Nee, dan zijn er elf kazen goed en heeft de kandidaat ook automatisch de twaalfde kaas goed liggen.
e $P(\text{twaalf kazen goed}) = \frac{1}{479\,001\,600}$
f $3! = 6$ manieren
g

aantal fout	0	1	2	3
kans	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

h $P(\text{twaalf kazen goed}) = (\frac{1}{8})^4 = \frac{1}{2048}$
 De kans dat hij slaagt is nu veel groter.

- C-2a** $\frac{16}{25} = 0,64$
b zweetkans
c

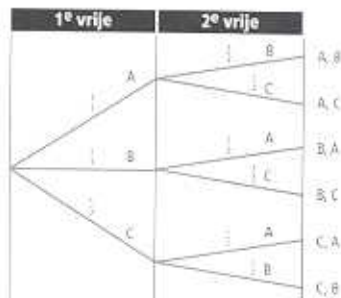


- d** $P(\text{drie sets}) = 2 \times 0,64 \times (0,36)^2 + 2 \times 0,36 \times (0,64)^2 = 0,4608$
e $P(\text{Ivens winst}) = (0,64)^2 + 2 \times 0,36 \times (0,64)^2 \approx 0,70$
f $P(\text{Jorissen winst}) = (0,23)^2 + 2 \times 0,77 \times (0,23)^2 = 0,13$
 $P(\text{Ivens winst en Jorissen winst}) = 0,70 \times 0,13 = 0,09$
g $P(\text{minstens één Belg in de finale}) = 1 - P(\text{geen Belg in de finale}) = 1 - 0,30 \times 0,87 = 0,739$

- C-3a** Uit 10 kleine blokjes of uit 7 kleine blokjes en 1 groot blokje of uit 4 kleine blokjes en 2 grote blokjes of uit 1 klein blokje en 3 grote blokjes.
b 8 manieren
c 15 manieren
d $1 + 8 + 15 + 4 = 28$ volgorden

- e** $14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 3\,632\,428\,800$ manieren
f $15 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 4 \times 3 = 907\,200$ manieren
g $8 \times 4 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 19\,353\,600$
 $4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 10 = 960$
 Dus $3\,632\,428\,800 + 907\,200 + 19\,353\,600 + 960 = 3\,652\,690\,560$ manieren

C-4a



- b** Ja die kans was $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{2}$

c

d

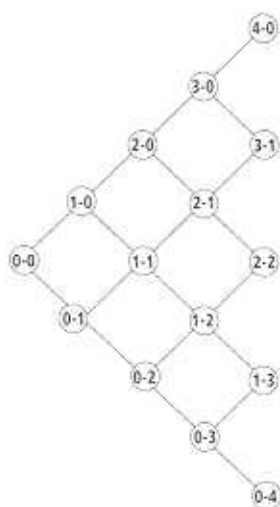
- e** Ja, de kans is eerst $\frac{2}{3}$ en daarna $\frac{1}{2}$

- C-5a** Als het totaal negatief is dan heeft geen enkele man syfilis. Als de test positief is dan heeft minstens één man syfilis.

- b** $\frac{10\,000}{10} = 1000$ groepen.
 Dus $600 + 400 + 4000 = 5000$ bloedproeven.
c $P(\text{geen syfilis}) = (0,95)^{10} \approx 0,5987$
 $P(\text{wel syfilis}) = 1 - (0,95)^{10} \approx 0,4013$
d $P(\text{wel syfilis}) = 1 - (0,95)^8 = 0,3366$
 $\frac{10\,000}{8} = 1250$ groepen
 $0,3366 \times 1250 \approx 421$ groepen moeten een voor één over gedaan worden.
 $1250 + 421 \times 8 = 4618$ bloedproeven
e $P(\text{wel syfilis}) = 1 - (0,95)^n$
f $A = \frac{10\,000}{n} + (1 - (0,95)^n) \times \frac{10\,000}{n} \times n$
 $= \frac{10\,000}{n} + (1 - (0,95)^n) \times 10\,000$
g Een groepsgrootte van 5 personen.

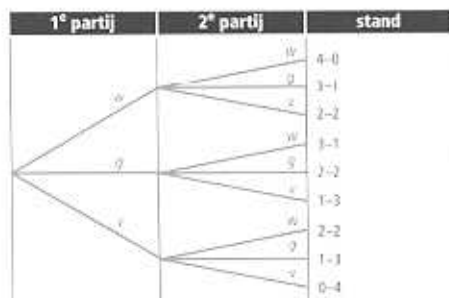
S4 Kansproblemen

I-1a



- b** 4-0, 3-1, 2-2, 1-3 en 0-4
c op 1 manier
d op 2 manieren
e op 4 manieren
f op 6 manieren
g $2 \times 2 = 4$ manieren
h Nee, maar de kans op deze einduitslag is wel het grootst.
i $P(2-2) = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{8}$

I-2a



- b** op 3 manieren

- I-3a** $3! = 6$ wikkels
b Omdat op elke wikkel de drie vreemde talen staan.
c $7 \times 6 \times 5 = 210$ wikkels
 $\frac{210}{6} = 35$ 'taalklontjes'
d $\frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$ 'taalklontjes'
e $P(\text{Nederlands}) = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$
I-4a Omdat in de middelste bakjes meer wegen samenkomen.
b Dat is mogelijk, maar zeer onwaarschijnlijk.
c 125, 375, 375 en 125 kogeltjes
d 8, 96, 384 en 512 kogeltjes
1a $8 \times 7 \times 6 = 336$ woorden
b $\frac{336}{3 \times 2 \times 1} = 56$ drietallen
2a $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$ viertallen
b $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$ zestallen
3a $\binom{6}{1} = 6$ tekens
b $\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ tekens
c $2^6 - 1 = 63$ tekens
4a $\binom{19}{3} = 969$, $\binom{20}{6} = 38\,760$ en $\binom{60}{59} = 60$
b Een selectie van 14 dingen uit 20 dingen is hetzelfde als een selectie van 6 dingen uit 20 dingen. Bij elke 14 dingen die je kiest laat je namelijk 6 andere dingen liggen.
5a Je mag in de teller en noemer met hetzelfde getal vermenigvuldigen. In dit geval is gekozen voor het getal $7!$.
b $\binom{8}{5} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{8!}{5! \cdot 3!}$
 $\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{8!}{8! \cdot 0!}$
c Als je nul dingen in een rijtje wil leggen kan dat op 1 manier.
6a $\binom{25}{10} = \frac{25!}{10! \cdot 15!} = 3\,268\,760$
b $\binom{23}{13} = \frac{23!}{13! \cdot 10!} = 1\,144\,066$
c $\frac{2 \times 1\,144\,066}{3\,268\,760} = 0,6816$
7 $\binom{100}{21} = \binom{100}{79}$, want 21 uit een groep van 100 pakken levert een restgroep op van 79. Dus het antwoord is 1.

- 8a $\binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$ bytes
 b $\binom{6}{1} = 6$ bytes
 c $2^8 - 1 = 255$ bytes
 d Bij de cijfers 0, 1, 2, 3 en 4 schrijf je een één op en bij de cijfers 5, 6, 7, 8 en 9 schrijf je een nul op. Neem acht cijfers voor één byte.

$$P(\text{vier nullen en vier enen}) = \frac{\binom{8}{4}}{256} = \frac{70}{256} = \frac{35}{128}$$

- 9a ja
 b Omdat de uit spelende club 3 keer een doelpunt maakt en de thuis spelende club 2 keer.
 c $\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ scoreverlopen
 d Er worden 5 doelpunten gemaakt, waarvan 2 voor de thuis spelende club.

- 10a $\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ kleurpatronen
 b $\binom{12}{8} = \frac{12!}{8! \cdot 4!} = 495$ mogelijkheden

- 11 op 70 manieren

- 12 $\binom{p+q}{p}$ of $\binom{p+q}{q}$

- 13a $2^6 = 64$ rijtjes

- b $\binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$ rijtjes

- c $P(\text{viermaal kruis}) = \frac{1}{64}$

- 14 Bert berekent eerst het aantal routes van P naar Q . En dat zijn er $\binom{6}{4} = 20$. Daarna berekent hij het aantal routes van Q naar R . En dat zijn er $\binom{4}{2} = 6$. Het totaal aantal routes wordt dan $6 \times 20 = 120$.

Bert heeft gelijk, want veel routes van Ab gaan niet langs punt Q .

- 15a $\binom{10}{4} = 210$ scoreverlopen

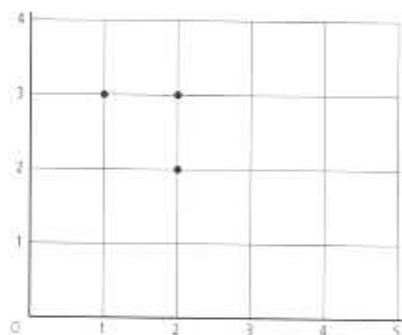
- b $\binom{4}{2} \times \binom{6}{2} = 6 \times 15 = 90$ scoreverlopen

- 16a $\binom{4}{2} \times \binom{4}{2} = 6 \times 6 = 36$ routes

- b $2^7 = 128$ routes

- c $6 \times 2 \times 2 = 24$ routes

17a



- b $\binom{4}{2} = 6$ routes en $\binom{4}{1} = 4$ routes

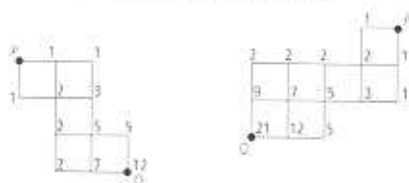
- c Dat zijn $6 + 4 = 10$ routes naar 2-3.

- 18 $20 + 15 + 20 + 15 = 70$ routes naar punt A

$15 + 20 + 15 + 6 = 56$ routes naar punt B

$70 + 56 = 126$ routes naar punt C

19



12 routes en 21 routes

- 20a Elke route naar D is een gezin met 3 jongens en 1 meisje.

- b Er is 1 route naar A, er zijn 4 routes naar B, er zijn 6 routes naar C, er zijn 4 routes naar D en er is 1 route naar E.

- c $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16 = 2^4$

- d
- | aantal jongens | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|----------------|---|---|----|----|----|---|---|
| aantal routes | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 |
- $1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 64 = 2^6$

- 21a $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

- b De macht geeft het aantal stappen aan. Naar a^2 is er 1 route, naar ab zijn er 2 routes en naar b^2 is er 1 route.

Naar a^3 is er 1 route, naar a^2b zijn er 3 routes, naar ab^2 zijn er 3 routes en naar b^3 is er 1 route.

- 22a $(j + m)^4 = j^4 + 4j^3m + 6j^2m^2 + 4jm^3 + m^4$
 Je ziet daar het aantal mogelijkheden voor een gezin met 4 kinderen.

- b $(x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$

23a uit 11 termen

b $\binom{10}{3} = 120$

c a^4b^7

d -120

e $2^5 \times \binom{10}{5} = 32 \times 252 = 8064$

24 $2^n = (1+1)^n = \binom{n}{0} \cdot 1^n + \binom{n}{1} \cdot 1^{n-1} \cdot 1^1 + \dots + \binom{n}{n} \cdot 1^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n}$

25a $(0,5)^6 \approx 0,0156$

b Wordt kleiner, omdat één van de twee minder kans heeft om één wedstrijd te winnen.

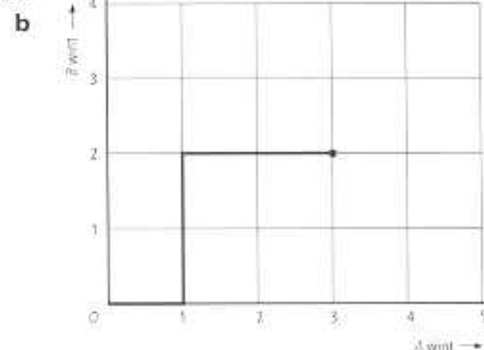
c $(0,6)^3 \times (0,4)^3 = 0,0138$

d $0,0138$

e $\binom{6}{3} = 20$ manieren

$P(3,3) = 20 \times (0,6)^3 \times (0,4)^3 \approx 0,2765$

26a



c $(0,7)^3 \times (0,3)^2 = 0,03087$

d $\binom{5}{2} = 10$ routes

e $P(3,2) = 10 \times 0,03087 = 0,3087$

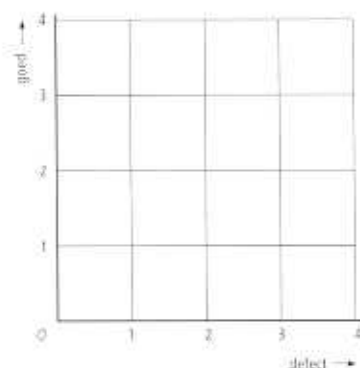
27 Dit is een route naar het punt (5, 3). De kans op één zo'n route is $(0,8)^5 \times (0,2)^3 = 0,0026$. Het aantal routes naar punt (5, 3) is $\binom{8}{3} = 56$. De kans is $56 \times 0,0026 = 0,15$

28a $P(O) = 1 \times (\frac{1}{2})^4 + 4 \times (\frac{1}{2})^4 = \frac{5}{16}$

b $P(L) = 4 \times (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{4}$

c $P(D) = 1 - \frac{5}{16} - \frac{1}{4} = \frac{7}{16}$
 $P(LOOD) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{16} \times \frac{5}{16} \times \frac{7}{16} = 0,0107$

29a



b $0,9$

c $P(\text{twee defecte lampen}) =$

$\binom{3}{2} \times (0,1)^2 \times 0,9 = 0,027$

d $P(\text{minstens twee defecte lampen}) =$

$P(\text{twee defecte lampen}) +$

$P(\text{drie defecte lampen}) = 0,027 + (0,1)^3 = 0,028$

30a

ja

b Met een rooster is het makkelijker. Het tekenwerk en rekenwerk is overzichtelijker.

31a $P(6 \text{ rode knikkers}) =$

$\binom{10}{6} \times (\frac{8}{30})^6 \times (\frac{12}{30})^4 = 0,1115$

b $P(6 \text{ rode knikkers}) = \binom{10}{6} \cdot \frac{8}{30} \cdot \frac{7}{19} \cdot \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{17} \cdot \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} \cdot \frac{12}{14} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11} = 0,0750$

32a $P(8 \text{ fout}) = \binom{20}{8} \times (\frac{3}{4})^8 \times (\frac{1}{4})^{12} = 0,0008$

b $P(\text{minstens een } 6) =$

$1 - P(\text{minder dan een } 6) = 1 - P(9 \text{ fout}) =$

$P(10 \text{ fout}) = 1 - \binom{10}{9} \times (\frac{3}{4})^9 \times \frac{1}{4} - (\frac{3}{4})^{10} = 0,756$

33a $P(20 \text{ gooien}) = \frac{1}{100} = \frac{1}{25}$

b $P(5 \text{ gooien}) = P(2 \text{ en } 3 \text{ gooien}) +$

$P(2\frac{1}{2} \text{ en } 2\frac{1}{2} \text{ gooien}) =$

$2 \times \frac{20}{100} \times \frac{28}{100} + \frac{48}{100} \times \frac{48}{100} = 0,3424$

c $P(\text{bed-and-breakfast}) =$

$2 \times \frac{4}{100} \times \frac{96}{100} = 0,0768$

34a $P(\text{vier positief}) =$

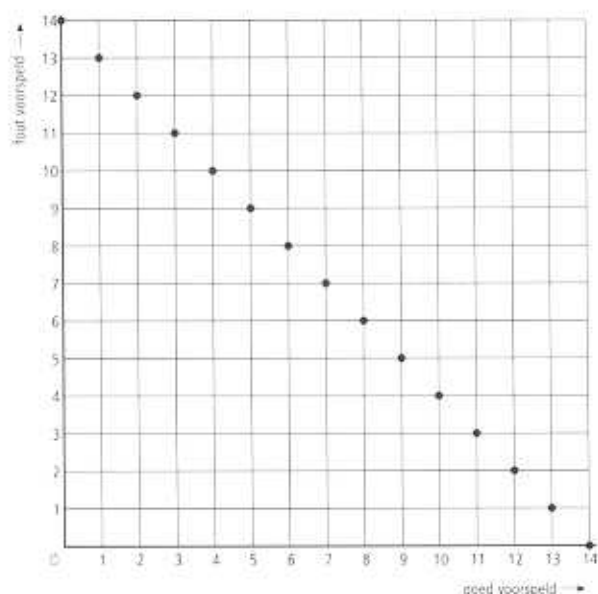
$\binom{6}{4} \times (0,1)^2 \times (0,9)^2 = 0,0012$

- b**
- | effectiviteit
medicijn | kans op vier
positieve reacties |
|---------------------------|------------------------------------|
| 10% | 0,0012 |
| 20% | 0,01536 |
| 30% | 0,059535 |
| 40% | 0,13824 |
| 50% | 0,234375 |
| 60% | 0,31104 |
| 70% | 0,324135 |
| 80% | 0,24576 |
| 90% | 0,098415 |
- c** Bij 70% effectiviteit,
35a $P(ZRBG) = \frac{7}{30} \times \frac{4}{19} \times \frac{6}{18} \times \frac{8}{17} \approx 0,0033$
b $4! = 24$ volgorden
c $P(\text{vier verschillende kleuren}) = 24 \times 0,0033 \approx 0,0793$
d $P(\text{twee zwarte knikkers}) = 6 \times \frac{2}{30} \times \frac{1}{19} \times \frac{18}{18} \times \frac{17}{17} \approx 0,0316$
e $P(\text{een rode en een zwarte knikker}) = 6 \times 2 \times \frac{4}{30} \times \frac{1}{19} \times \frac{18}{18} \times \frac{17}{17} \approx 0,1503$
36a $P(\text{twee zessen}) = \left(\frac{4}{2}\right) \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 0,1157$
b $P(\text{hoogstens twee zessen}) = P(\text{nul zessen}) + P(\text{één zes}) + P(\text{twee zessen}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 + 4 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 \times \frac{1}{6} + 6 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0,9838$
c $P(\text{viende worp is een zes}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \times \frac{1}{6} \approx 0,0965$
T-1a $3^3 = 27$ formulieren
b $3^{12} = 4\,782\,969$ formulieren
T-2a $\left(\frac{4}{1}\right) = 4$ manieren
b $\left(\frac{4}{2}\right) = 6$ manieren
c $4 \times 6 = 24$ manieren
d $\left(\frac{4}{1}\right) \times \left(\frac{6}{2}\right) + 24 = 4 \times 15 + 24 = 84$ manieren
T-3a $(s+m)^5 = s^5 + 5s^4m + 10s^3m^2 + 10s^2m^3 + 5sm^4 + m^5$
b Neem $s = 0,8$ en $m = 0,2$. Elke term geeft de kans op een aantal successen en een aantal mislukkingen.
T-4a $\left(\frac{6}{3}\right) = 20$ volgorden
b $\left(\frac{6}{3}\right) = 20$ volgorden
c $\left(\frac{11}{5}\right) = 462$ volgorden
d $\left(\frac{10}{5}\right) = 252$ volgorden

- T-5a** $P(C) = \left(\frac{5}{2}\right) \times (0,6)^2 \times (0,4)^3 = 0,2304$
b $P(A) = 0,01024$ en $P(B) = 0,0768$ en $P(C) = 0,2304$ en $P(D) = 0,3456$ en $P(E) = 0,2592$ en $P(F) = 0,07776$.
 Dus voor het punt D is de kans het grootst.
c $P(ABCDEF) = 0,01024 \times 0,0768 \times 0,3456 \times 0,2304 \times 0,2592 \times 0,07776 = 0,000001262$
T-6a $P(ZRBG) = \frac{4}{30} \times \frac{6}{29} \times \frac{8}{28} \times \frac{2}{27} = 0,0024$
b $4! = 24$ volgorden
c $P(\text{vier verschillende kleuren}) = 24 \times 0,0024 \approx 0,0576$
d $P(\text{twee zwarte knikkers}) = 6 \times \frac{4}{30} \times \frac{4}{29} \times \frac{26}{28} \times \frac{16}{27} \approx 0,1536$
e $P(\text{een rode en een zwarte knikker}) = 6 \times 2 \times \frac{4}{30} \times \frac{6}{29} \times \frac{26}{28} \times \frac{10}{27} \approx 0,18$
T-7a $\left(\frac{1}{12}\right)^4 \approx 0,000004$
b $12 \times \left(\frac{1}{12}\right)^5 = 0,000048$
c $\frac{11}{12} \times \frac{10}{12} \times \frac{9}{12} \times \frac{8}{12} \approx 0,3819$
d $\left(\frac{1}{12}\right)^4 \approx 0,000048$ en $0,3819$
E-1a $\left(\frac{20}{7}\right) = 190$ combinaties
b $\left(\frac{20}{5}\right) = 15\,504$ combinaties
E-2a $\left(\frac{6}{2}\right) = 15$ manieren
b $\left(\frac{7}{3}\right) = 35$ manieren
E-3 924 manieren
E-4a Zie de tekening linksboven op de volgende bladzijde.
b $2^{12} = 16\,384$ stappen
d $\left(\frac{14}{4}\right) = 1001$ stappen
E-5a 13 termen
b $\left(\frac{12}{6}\right) = 924$
c $-2^5 \times \left(\frac{12}{7}\right) = -32 \times 792 = -25\,344$
E-6a 'Rovers' wint alle zes de wedstrijden.
b $P(A) = \left(\frac{1}{7}\right)^6 = \frac{1}{729}$
 $P(B) = 6 \times \left(\frac{1}{7}\right)^5 \times \frac{2}{7} = \frac{4}{243}$
 $P(C) = 15 \times \left(\frac{1}{7}\right)^4 \times \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{20}{243}$
 $P(D) = 20 \times \left(\frac{1}{7}\right)^3 \times \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{160}{243}$
 $P(E) = 15 \times \left(\frac{1}{7}\right)^2 \times \left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{80}{243}$
 $P(F) = 6 \times \frac{1}{7} \times \left(\frac{2}{7}\right)^5 = \frac{64}{243}$
 $P(G) = \left(\frac{2}{7}\right)^6 = \frac{64}{729}$
c som $= \frac{1 + 12 + 60 + 160 + 240 + 192 + 64}{729} = 1$.
 De som moet 1 zijn.
d $P(6-0) = \frac{1}{729}$
e Die kans is dan $\frac{1}{7}$

E-4a

b



E-7a $P(5 \text{ slagen}) = \binom{8}{5} \times (0,8)^5 \times (0,2)^3 = 0,1468$

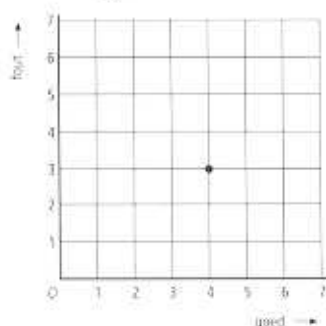
b $P(6 \text{ slagen}) = \binom{8}{6} \times (0,8)^6 \times (0,2)^2 = 0,1049$

E-8a $P(3, 4) = \binom{7}{3} \times (0,3)^3 \times (0,7)^4 = 0,2269$

b $P(4, 3) = \binom{7}{4} \times (0,3)^4 \times (0,7)^3 = 0,6265$

c $P(3, 4) = \binom{7}{3} \times (0,3)^3 \times (0,7)^4 = 0,2269$

E-9a



b (4, 3)

c $P(4 \text{ vragen goed}) = \binom{7}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0,0577$

d $P(\text{één vraag fout}) = \binom{7}{1} \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right) = 0,0013$

E-10a $P(4 \text{ slagen}) = \binom{6}{4} \times (0,65)^4 \times (0,35)^2 = 0,328$

b $P(4 \text{ slagen}) + P(5 \text{ slagen}) + P(6 \text{ slagen}) = 0,328 + \binom{6}{5} \times (0,65)^5 \times 0,35 + (0,65)^6 \approx 0,647$

G-1a $\binom{24}{10} = 1\,961\,256$ manieren

b $10! = 3\,628\,800$ roosters

c $\frac{\binom{22}{8}}{\binom{24}{10}} = \frac{319\,770}{1\,961\,256} = 0,1630$

G-2a Nee, klopt niet. Het zijn $10! = 3\,628\,800$ volgorden.

b $14! = 8,72 \times 10^{10}$ volgorden

G-3a 5 routes

b $P(D) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

c $P(A) = 0$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(C) = \frac{1}{2}$, $P(D) = \frac{1}{4}$, $P(E) = 0$ en $P(F) = 0$

d $P(D) = \binom{5}{2} \times (0,3)^3 \times (0,7)^2 = 0,1323$

G-4a $P(\text{twee flessen met een merkteken}) =$

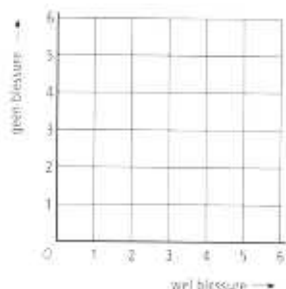
$\binom{3}{2} \times (0,3)^2 \times 0,7 = 0,189$

b $P(\text{derde flesje heeft een merkteken}) = (0,7)^2 \times 0,3 = 0,147$

c $\binom{10}{4} = 210$ rijtjes

d $\binom{4}{1} \times \binom{6}{3} = 4 \times 20 = 80$ rijtjes

G-5a



b (3, 3)

c $P(3, 3) = \binom{6}{1} \times (0,15)^1 \times (0,85)^5 = 0,0415$ d $P(\text{twee wel blessure}) =$

$$\binom{6}{2} \times (0,15)^2 \times (0,85)^4 = 0,1762$$

 $P(\text{twee geen blessure}) =$

$$\binom{6}{4} \times (0,15)^4 \times (0,85)^2 = 0,0055$$

Het verschil is 0,1707.

B-1a $8! = 40\,320$ woordenb $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 3040$ woordenB-2a $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151\,200$ permutaties

b nee

B-3 aantal permutaties van k uit n is

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

 $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1$, hierbij heb je de termen

$$(n-k) \cdot (n-k-1) \cdot \dots \cdot 1 = (n-k)!$$

teveel geteld.

$$\text{Dus } \frac{n!}{(n-k)!}$$

B-4a $5! = 120$ woordenb $\frac{120}{2} = 60$ woordenB-5 $\frac{8!}{3!} = 6720$ woordenB-6 k is het aantal keer dat dezelfde letter voorkomt.B-7a $\frac{8!}{3!} = 6720$ woordenb $\frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$ woordenc $\frac{5! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 2! \cdot 2!}{2!} = 3,6958 \times 10^{11}$ woorden

B-8 Bij een woord met n letters waarbij een letter p keer voorkomt kun je $\frac{n!}{p!}$ verschillende woorden maken. Komt in dit woord een andere letter q keer voor dan kun je $\frac{n!}{p! \cdot q!}$ verschillende woorden maken. Komt in dit woord een andere letter r keer voor dan kun je $\frac{n!}{p! \cdot q! \cdot r!}$ verschillende woorden maken.

B-9a $(a+b+c)^2 = a^2 + 2ab + 2ac + 2bc + b^2 + c^2$
Er zijn telkens twee letters, dus twee mogelijkheden, en je telt het aantal keren dat een letter dubbel voorkomt en deelt hierdoor.

$$\text{b } (a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 3cb^2 + 3ac^2 + 3bc^2 + 6abc$$

B-10 Drie verschillende letters abc komen 6 keer voor, twee dezelfde letters, bijvoorbeeld ab^2 , komen 3 keer voor en drie dezelfde letters, bijvoorbeeld a^3 , komt 1 keer voor.

$$\text{B-11 } (a+b+c)^4 = a^4 + b^4 + c^4 + 4a^3b + 4a^3c + 4ab^3 + 4cb^3 + 4ac^3 + 4bc^3 + 6a^2b^2 + 6a^2c^2 + 6b^2c^2 + 12a^2bc + 12b^2ac + 12c^2ab$$

$$\text{B-12 } \frac{9!}{3! \cdot 2! \cdot 4!} = 1260$$

$$\text{B-13 } \frac{n!}{p! \cdot 2! \cdot 3!} = 1260 \text{ en } p = n - 5$$

$$\frac{n!}{(n-5)!} = 30\,240$$

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) = 30\,240$$

$$n = 10$$

55 Kansverdelingen

I-1a $\bar{x} = 5,8$

b $\frac{75 - 5,8}{75} = 0,92$ dus ongeveer 92%

I-2 $77 \times (0,92)^{76} \times 0,08 + (0,92)^{77} = 0,0125$
dus ongeveer 1,25%

I-3a $\left(\frac{77}{69}\right) \times (0,92)^{69} \times (0,08)^8 = 0,1120$

b Bij ongeveer 11,2% van de vluchten.

c $6 \times f \ 100,- = f \ 600,-$

d $0,1120 \times f \ 600,- = f \ 67,20$

I-4a $(0,92)^{77} \approx 0,0016$ bij 77 stoelen. De kosten bedragen $2 \times f \ 200,- = f \ 400,-$ en de bijdrage aan het rendementsverlies is $(0,92)^{77} \times f \ 400 = f \ 0,6512$.

$\left(\frac{77}{69}\right) \times (0,92)^{69} \times (0,08)^8 \approx 0,1120$ bij

69 stoelen. De kosten bedragen

$6 \times f \ 100,- = f \ 600,-$ en de bijdrage aan

het rendementsverlies is $f \ 600,- \times \left(\frac{77}{69}\right) \times$

$(0,92)^{69} \times (0,08)^8 = f \ 67,1923$.

b Omdat de kans dat er 58 stoelen bezet zijn al

0 is,

c Het rendementsverlies bij overboeken is $f \ 420,22$. Het rendementsverlies bij gewoon volboeken is $f \ 5,83 \times 100 = f \ 583,-$. Het verschil is $f \ 163,-$.

I-5 De maatschappij zal tot 80 reserveringen toestaan, het verlies is dan minimaal.

1a In beide klassen zitten 24 leerlingen.

b $\bar{x} = 6,08$

c $\bar{x} = 4,83$

2a $\frac{1000}{84.652} \times 100\% = 1,2\%$

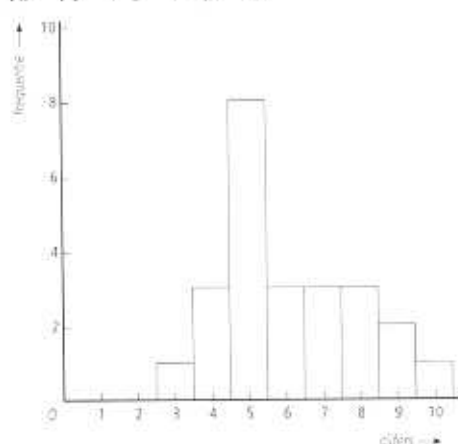
b $\frac{6500 + 6200 + 4200}{84.652} \times 100\% \approx 20,0\%$

c Omdat er veel scores lager dan 70 zijn.

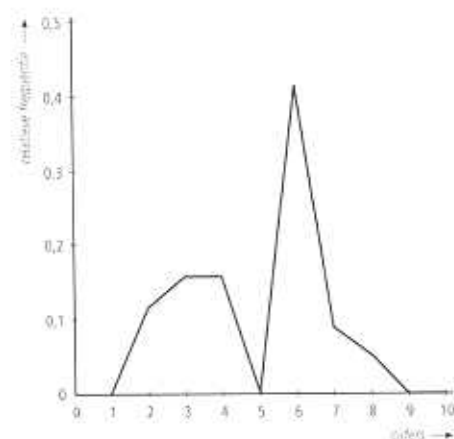
3a

cijfer	frequentie		relatieve frequentie in %	
	2A	2B	2A	2B
1	0	0	0	0
2	0	3	0	12,5
3	1	4	4,2	16,7
4	3	4	12,5	16,7
5	8	0	33,3	0
6	3	10	12,5	41,7
7	3	2	12,5	8,3
8	3	1	12,5	4,2
9	2	0	8,3	0
10	1	0	4,2	0

b



c



- 4a 142 lbs $\approx$ 64,5 kg
 b $0,02 \times 95 + 0,07 \times 105 + 0,13 \times 115 + 0,16 \times 125 + 0,16 \times 135 + 0,14 \times 145 + 0,085 \times 155 + 0,065 \times 165 + 0,055 \times 175 + 0,03 \times 185 + 0,03 \times 195 + 0,02 \times 205 + 0,01 \times 215 + 0,01 \times 225 = 139,5$ lbs
 Klopt aardig met de afgelezen waarde.

- c $2\% + 7\% = 9\%$ van de vrouwen wegen minder dan 110 lbs.

- 5a $\bar{x} = 3,44$ en $\bar{x} = 3,485$

100 simulaties		1000 simulaties	
ogen	frequentie	ogen	frequentie
1	21%	1	17,4%
2	17%	2	16%
3	10%	3	17,7%
4	14%	4	15,3%
5	25%	5	16,8%
6	13%	6	16,8%

- c Bij elk aantal ogen een relatieve frequentie van $16\frac{2}{3}\%$.

Het gemiddeld aantal ogen is 3,5.

- 6 Je hoeft niet meer te delen door het totaal.

- 7a $262 \times 0,0143 + 387 \times 0,05 + 512 \times 0,1929 + 637 \times 0,2714 + 762 \times 0,3214 + 887 \times 0,10 + 1012 \times 0,0429 + 1137 \times 0,0071 = 679,8$ punten

- b De schatting klopt redelijk.

- c $32,14\% + 10\% + 4,29\% + 0,71\% = 47,14\%$

- d $\frac{51,5}{125} \times 27,14\% + 10\% + 32,14\% + 4,29\% + 0,71\% = 58,3\%$

- 8a 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 en 12

- b (1, 3), (2, 2) en (3, 1) zijn de uitkomsten bij $S = 4$.

$$P(S = 4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

s	2	3	4	5	6	7	8	9
P(S = s)	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$
	10	11	12					
	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$					

s	2	3	4	5			
relatieve frequentie	0,03	0,053	0,089	0,106			
s	6	7	8	9	10	11	12
relatieve frequentie	0,137	0,174	0,143	0,113	0,077	0,056	0,023

De relatieve frequenties komen aardig overeen.

- e $\bar{x} = 6,968$ en het verwachte gemiddelde is 7.

- 9a $6 - 1 = 5$ is het grootste verschil en $5 - 5 = 0$ is het kleinste verschil.

v	0	1	2	3	4	5
P(V = v)	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

$$\frac{6}{36} + \frac{10}{36} + \frac{8}{36} + \frac{6}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} = 1$$

- c $V \geq 4$ betekent het verschil van het aantal ogen is groter of gelijk aan 4.

$$P(V \geq 4) = \frac{4}{36} + \frac{2}{36} = \frac{1}{6}$$

- d -

- 10a Omdat het geen getal is.

- b Omdat het wel een getal is.

x	0	1
P(X = x)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- d De naam niet, het adres niet, het huisnummer wel, het telefoonnummer wel, de kleur ogen niet, de lengte wel, de schoenmaat wel en het lievelingsvak niet.

- e De naam en het adres: Bekijk alleen de beginletter, waarbij a = 1, b = 2, enzovoorts. De kleur ogen: Blauw = 1, groen = 2, bruin = 3, grijs = 4 en anders = 5.

Het lievelingsvak: Geef elk vak een cijfer.

- 11 -

- 12a 0, 1, 2, 3, 4 en 5

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	0,2215	0,4114	0,2743	0,0815	0,0107	0,0005

$$0,2215 + 0,4114 + 0,2743 + 0,0815 + 0,0107 + 0,0005 = 1$$

- c $P(X = 5) = \frac{12}{32} \times \frac{12}{31} \times \frac{11}{30} \times \frac{10}{29} \times \frac{9}{28} = 0,0005$

y	0	1	2	3	4
P(Y = y)	0,6588	0,2995	0,0399	0,0017	0,0000

- e $P(Y = 4) = 5 \times \frac{4}{32} \times \frac{3}{31} \times \frac{2}{30} \times \frac{1}{29} = 0,0000$

x	0	1	2	3
P(X = x)	$\frac{125}{516}$	$\frac{25}{72}$	$\frac{5}{72}$	$\frac{1}{216}$
w	-1	1	2	3
P(W = w)	0,5787	0,3472	0,0694	0,0046

- b aantal zessen frequentie

0	5787
1	3472
2	694
3	46

$$\frac{-1 \times 5787 + 1 \times 3472 + 2 \times 694 + 3 \times 46}{10.000} = -0,0789$$

- c $-1 \times 0,5787 + 1 \times 0,3472 + 2 \times 0,0694 + 3 \times 0,0046 = -0,0789$

- d Per speler is per ingezet aantal ogen de winstverwachting ongeveer -8% van de inzet.

14a

x	$P(X=x)$	ix
0	$\frac{1}{16}$	0
1	$\frac{4}{16}$	4
2	$\frac{6}{16}$	12
3	$\frac{4}{16}$	12
4	$\frac{1}{16}$	4

b $E(U) = 0 \times \frac{1}{16} + 1 \times \frac{4}{16} + 2 \times \frac{6}{16} + 3 \times \frac{4}{16} + 4 \times \frac{1}{16}$
 $= 8 \times \frac{1}{16} = 2,5$ dubbeltje

c De inzet is 25 cent.

15 De eerste uitspraak is niet juist omdat bij verschillen tussen de bedragen voor inzet en uithetaling de deelnemers toch verschillende winstuitkeringen hebben. De tweede uitspraak is wel juist.

16a

x	f 100,-	f 20,-	f 5,-	f 0,-
w	f 95,-	f 15,-	f 0,-	$-f$ 5,-
$P(X=x)$	$\frac{1}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{63}{100}$
$P(W=w)$	0,01	0,06	0,30	0,63

b $E(W) = f 95,- \times 0,01 + f 15,- \times 0,06 + f 0,- \times 0,30 + -f 5,- \times 0,63 = -f 1,30$

c nee

17 $10 \times \frac{1}{2} - a \times \frac{1}{4} = 0$
 $\frac{1}{4} \cdot a = 5$ dus $a = 20$ gulden

18a $\bar{x} = 4,1$ en $\bar{y} = 3,1$

b $\bar{x} = 7,2$

c $4,1 + 3,1 = 7,2$

19a

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + \dots + 6 \times \frac{1}{6} = 3,5$						

b

s	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(S=s)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$
	$\frac{10}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{12}{36}$					

$E(S) = 2 \times \frac{1}{36} + 3 \times \frac{2}{36} + \dots + 12 \times \frac{1}{36} = 7$

c $3,5 + 3,5 = 7$

20a

g	1	2	3	4	5	6
$P(G=g)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$
$E(G) = 1 \times \frac{1}{36} + 2 \times \frac{2}{36} + \dots + 6 \times \frac{6}{36} = 4,47$						

b

k	1	2	3	4	5	6
$P(K=k)$	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$
$E(K) = 1 \times \frac{11}{36} + 2 \times \frac{9}{36} + \dots + 6 \times \frac{1}{36} = 2,53$						

c Bij de uitkomst (X_1, X_2) geldt of $K = X_1$ en $G = X_2$ of andersom of $K = G = X_1 = X_2$. Er geldt altijd $T = K + G = X_1 + X_2 = S$
 $E(T) = 7$

d $E(T) = 7 = 2,53 + 4,47 = E(G) + E(K)$

21a

x	0	1
$P(X=x)$	0,70	0,30

$E(X) = 1 \times 0,30 + 0 \times 0,70 = 0,30$

b Dat komt omdat de puntligging $X = 0$ is en de rugligging $X = 1$. Dus als je gaat optellen tel je automatisch het aantal rugliggingen.

c 30 keer

d Ja, $100 \times 0,30 = 30$ keer

22a $3,5 + 3,5 = 7$

b $3,5 + 3,5 + 3,5 = 10,5$

c $n \times 3,5$

23a $\frac{0,5}{0,6} = 0,5$

b $1 \times 0,4 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,1 + 4 \times 0,1 + 5 \times 0,1 = 2,2$ examens

c $0,4 \times f 1.200,- + 0,3 \times f 1.700,- + 0,1 \times f 2.000,- + 0,1 \times f 2.200,- + 0,1 \times f 2.400,- = f 1.650,-$

24a

x	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$E(X) = 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2} = 2,5$ sets

b

x	2	3
$P(X=x)$	0,68	0,32

$E(X) = 2 \times 0,68 + 3 \times 0,32 = 2,32$

25a $P(X=2) = 2p^2 - 2p + 1$

$P(X=3) = -2p^2 + 2p$

b $2p^2 - 2p + 1 - 2p^2 + 2p = 1$

c $E(X) = 2 \cdot (2p^2 - 2p + 1) + 3 \cdot (-2p^2 + 2p)$
 $= -2p^2 + 2p + 2$

d $E(X) = -2(p - \frac{1}{2})^2 + 2\frac{1}{2}$

Maximaal $2\frac{1}{2}$ bij $p = \frac{1}{2}$

Als beide speelsters even sterk zijn zal de partij inderdaad het langste duren.

26 $2\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 1,25$ uur = 75 minuten

27a maximaal 5 sets

b Zie de tekening bovenaan de volgende bladzijde.

c

y	3	4	5
$P(Y=y)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

d $E(Y) = 3 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{8} = 4\frac{1}{8}$

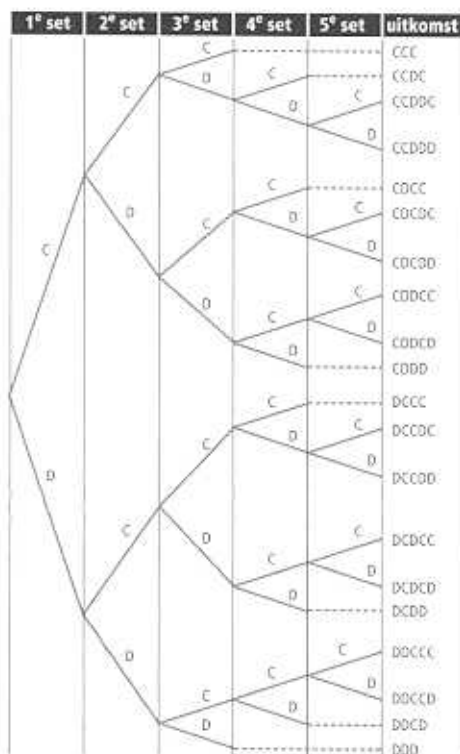
e $4\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = 2,0625$ uur = 2 uur en 4 minuten

28a Gezien de kansverdeling van Y zou je 22 driesetters, 33 viersetters en 34 vijfsetters verwachten. Dat zijn andere getallen als 44, 21 en 24.

b De spelers zijn blijkbaar niet elke keer even sterk.

c Men heeft dan wat speling op de planning en dan is een regenbui ook niet zo erg.

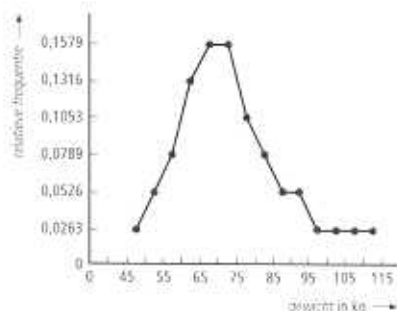
27b



T-1a

klasse	frequentie	relatieve frequentie
45–<50	100	0,0263
50–<55	200	0,0526
55–<60	300	0,0789
60–<65	500	0,1316
65–<70	600	0,1579
70–<75	600	0,1579
75–<80	400	0,1053
80–<85	300	0,0789
85–<90	200	0,0526
90–<95	200	0,0526
95–<100	100	0,0263
100–<105	100	0,0263
105–<110	100	0,0623
110–<115	100	0,0623

b



- c $\bar{x} \approx 74,1$ kg
 d $0,0263 + 0,0263 + 0,0263 + 0,0263 = 0,1052$
 Dus 10,5% van de vrouwen is zwaarder dan 95 kg.

T-2a 0, 1, 2, 3 en 4 boeren

b

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,2955	0,4503	0,2149	0,0374	0,0019

$$P(X = 0) = \frac{28 \times 27 \times \dots \times 21}{32 \times 31 \times \dots \times 25} = 0,2955$$

$$P(X = 1) = \binom{8}{1} \times \frac{4 \times 28 \times 27 \times \dots \times 22}{32 \times 31 \times \dots \times 25} = 0,4503$$

$$P(X = 2) = \binom{8}{2} \times \frac{4 \times 3 \times 28 \times 27 \times \dots \times 23}{32 \times 31 \times \dots \times 25} = 0,2149$$

$$P(X = 3) = \binom{8}{3} \times \frac{4 \times 3 \times 2 \times 28 \times 27 \times \dots \times 24}{32 \times 31 \times \dots \times 25} = 0,0374$$

$$P(X = 4) = \binom{8}{4} \times \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25}{32 \times 31 \times \dots \times 25} = 0,0019$$

T-3 $0 \times 0,41 + 1 \times 0,26 + \dots + 6 \times 0,1 = 1,27$
 defecte exemplaren

T-4a

r	1	2	3	4	5	6
$P(R = r)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(R) = 3\frac{1}{2}$$

s	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(S = s)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$
	$\frac{10}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{12}{36}$					

$$E(S) = 7$$

m	1	2	3	4	5	6
$P(M = m)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

$$E(M) = 4,47$$

w	0	10
$P(W = w)$	$\frac{21}{36}$	$\frac{15}{36}$

$$E(W) = 4,17$$

b $E(S) = 2 \times E(R)$

c $5 \times 3\frac{1}{2} = 17\frac{1}{2}$

T-5a R en B zijn verwisselbaar zonder dat er verder iets verandert.

b

uitbetaling	kans
0	$\frac{21}{36}$
3	$\frac{1}{36}$
4	$\frac{1}{36}$
5	$\frac{2}{36}$
6	$\frac{2}{36}$
7	$\frac{2}{36}$
8	$\frac{2}{36}$
9	$\frac{2}{36}$
10	$\frac{1}{36}$
11	$\frac{1}{36}$

c $0 \times \frac{21}{36} + 3 \times \frac{1}{36} + \dots + 11 \times \frac{1}{36} = 2,92$

De inzet moet dan 4 fiches zijn.

E-1a

klasse	frequentie	relatieve frequentie
0-40	5	0,04
40-80	20	0,16
80-120	40	0,32
120-160	45	0,36
160-200	10	0,08
200-240	5	0,04

b $20 \times 0,04 + 60 \times 0,16 + 100 \times 0,32 + 140 \times 0,36 + 180 \times 0,08 + 220 \times 0,04 = 116$ seconden

c $\frac{4}{20} \times 0,32 + 0,36 + 0,08 + 0,04 = 0,512$ dus 51,2%

E-2a 0, 1, 2, 3, 4 en 5

b

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,4019	0,4019	0,1608	0,0322	0,0032	0,0001

c $P(\text{carré met zessen}) = \left(\frac{5}{4}\right) \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 \times \frac{5}{6} = 0,0032$

d $P(\text{carré}) = 6 \times 0,0032 = 0,0192$

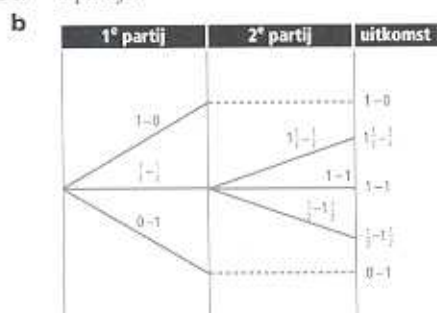
E-3 $E(X) = 0 \times 0,3349 + 1 \times 0,4019 + 2 \times 0,2009 + 3 \times 0,0536 + 4 \times 0,0080 + 5 \times 0,0006 + 6 \times 0,00002 = 0,9995$
Dus de bankhouder moet meer dan een gulden vragen.

E-4a

cijfer	0	1, 2	3, 4, 5, 6	7, 8	9
uitkering	2	3	0	1	4
kans	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$
winst	1	2	-1	0	3

b $E(W) = 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{2}{10} + (-1) \times \frac{4}{10} + 0 \times \frac{2}{10} + 3 \times \frac{1}{10} = 0,40$

E-5a 2 partijen



c

x	1	2
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

d $E(X) = 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$ partij

$E(X) = 1 \times \frac{2}{3} + 2 \times \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$ partij

e $1\frac{1}{2}$ of $1\frac{1}{3}$ uur

G-1a

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2
$P(X=x)$	0,0081	0,054	0,1566	0,258	0,2641

b $E(X) = 0 \times 0,0081 + \frac{1}{2} \times 0,054 + \dots + 4 \times 0,0016 = 1,8$ punten

c In de puntentotalen is het winst- en remise aantal niet terug te vinden.

d Uit de partijen: $4 \times (1200 \times 0,2 + 600 \times 0,5) = 2160$ gulden
Uit de eindstand: $7000 \times 0,2592 + 5000 \times 0,2641 + 3000 \times 0,4767 = 4565$ gulden

Dus in totaal $f 2.160,- + f 4.565,- = f 6.725,-$

G-2a Op de horizontale as bij 1,85 m geeft gemiddeld 5 overschrijdingen per jaar op de verticale as. Dat is dus eens in de 0,2 jaar.

b Nee, 3,90 m is nog niet voorgekomen. Ja, dat kan wel voor 1,85 m.

c Een kans is een getal tussen de 0 en 1. Zo'n uitspraak geeft wel het risico aan.

d Eén keer per half jaar.

G-3a $P(3 \text{ ronden}) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times 3 = 0,096$

b $0,4 \cdot a$

c Zo hoog mogelijk inzetten.

G-4a $\frac{43}{93} \times \frac{(43-27)}{43} = 0,1702$

b Nee, want mevrouw de Boer is geen willekeurige 105-jarige.

c

aantal jaren nog te leven	0	1	2	3	4	5
kans	0,5426	0,1702	0,1170	0,0532	0	0,1170

d $E(L) = 0 \times 0,5426 + 1 \times 0,1702 + \dots + 5 \times 0,1170 \approx 1,2$ jaar

e Omdat de kansen gebaseerd zijn op in totaal 202 vrouwen die 105 jaar of ouder zijn. En dat is een relatief kleine steekproef.

A-1a

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,8574	0,1354	0,0071	0,0001

b 14,26%

c

y	1	2	3
$P(Y = y)$	0,9495	0,0498	0,0007

d $300 \times f \ 0,02 = f \ 6,-$

e $300 \times 0,95 = 285$ goede transistoren
 $\frac{285}{3} = 95$ apparaten

f $\frac{f \ 6,-}{0,95} = f \ 0,063158$

g Verwachte kosten bij een kapot apparaat:
 $3 \times f \ 0,02 + 0,9495 \times f \ 0,33 +$
 $0,0498 \times f \ 0,66 + 0,0007 \times f \ 0,99 =$
 $f \ 0,406896$

Kosten per apparaat: $f \ 0,- \times 0,8574 +$
 $f \ 0,406896 \times 0,1426 = f \ 0,0580234$

h Het is voordeliger om niet vooraf te testen.

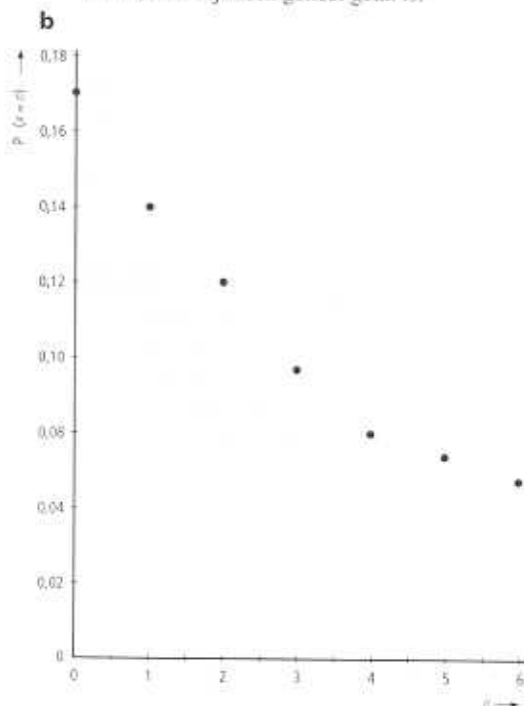
B-1a 0, 1, 2, 3, 4, ...

b $P(X = 0) = \frac{1}{6}$
 $P(X = 1) = \left(\frac{5}{6}\right) \times \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$
 $P(X = 2) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$
 $P(X = 3) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \times \frac{1}{6} \approx 0,0965$
 $P(X = 4) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \times \frac{1}{6} \approx 0,0804$
 $P(X = 5) = \left(\frac{5}{6}\right)^5 \times \frac{1}{6} \approx 0,6698$
Ja, je berekent telkens $\frac{5}{6}$ tot de macht n keer $\frac{1}{6}$.

c Als er n worpen vooraf gaan aan de eerste zes gooi je eerst n keer iets anders en de kans daarop is $\left(\frac{5}{6}\right)^n$ en de laatste keer gooi je dan een zes en de kans daarop is $\frac{1}{6}$.

d Omdat er geen eindig aantal uitkomsten is.

B-2a Met een exponentiële functie. Het domein is $n \geq 0$, waarbij n een geheel getal is.



c $\left(\frac{5}{6}\right)^n \times \frac{1}{6} < 0,001$

$\left(\frac{5}{6}\right)^n < 0,006$

$n > 28,06$

Deze kans treedt op vanaf de negenentwintigste worp.

B-3a

x	$P(X = x)$	$E(X)$
0	0,167	0
1	0,1389	0,1389
2	0,1157	0,2315
3	0,09645	0,28935
4	0,0804	0,3216
5	0,06698	0,3349

b $E(X) = 5$

c —

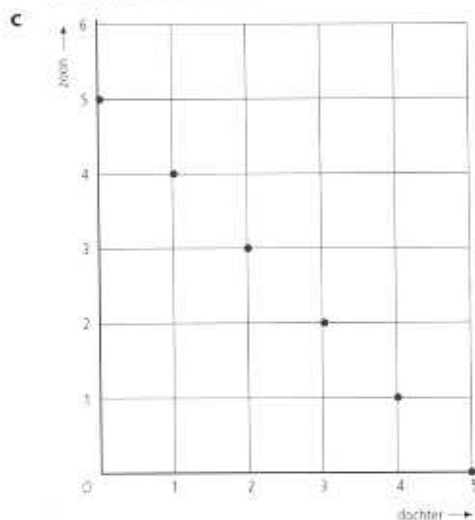
S6 De binomiale verdeling

- I-1a** Er vanuit gaande dat je na een mislukte sprong stopt en de kans per sprong 50% blijft, kloppen de eerste twee kansen.
 $P(\text{twee sprongen}) = 0,5 + (0,5)^2 = 0,75$
- b** $P(\text{drie geslaagde sprongen}) = (0,5)^3 = 0,125$ dus 12,5%
- c** Trek uit een vaas met één groene knikker (sprong lukt) en een rode knikker (sprong mislukt) dertig knikkers met teruglegging. Tel het aantal groene knikkers.
- d** De helft van de sprongen lukt; de helft van 30 sprongen is 15 sprongen.
- e** $P(15 \text{ geslaagde sprongen}) = \binom{30}{15} \cdot (0,5)^{30} \approx 0,1445$
- I-2a** 0, 1, 2, 3 of 4 geslaagden
- b** Aantal routes naar het punt (3, 1) is $\binom{4}{1}$.
 De kans op slagen is 0,65 en dat komt 3 keer voor en de kans op zakken is 0,35 en dat komt 1 keer voor.
 $\binom{4}{1} \cdot (0,65)^3 \cdot (0,35)^1 = 0,38$
- c** $P(0 \text{ geslaagden}) = (0,35)^4 \approx 0,015$
 $P(1 \text{ geslaagde}) = 4 \cdot (0,35)^3 \cdot 0,65 = 0,111$
 $P(2 \text{ geslaagden}) = 6 \cdot (0,35)^2 \cdot (0,65)^2 = 0,311$
 $P(3 \text{ geslaagden}) \approx 0,384$
 $P(4 \text{ geslaagden}) = (0,65)^4 = 0,179$
- d** $E(X) = 0 \times 0,015 + \dots + 4 \times 0,179 \approx 2,6$ geslaagden
- e** Nee, er is altijd 1,5% kans dat dit gebeurt.
- f** $P(8 \text{ geslaagden}) = \binom{20}{8} \cdot (0,65)^8 \cdot (0,35)^{12} \approx 0,0136$
- g** 65% slaagt, dat zijn dus $20 \times 0,65 = 13$ kandidaten.

- 1a** Een gezin met 2 zonen en 3 dochters.

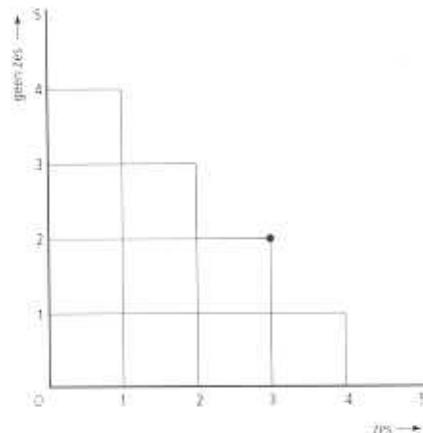
b $\binom{5}{2} = 10$ routes

Er zijn 10 gezinssamenstellingen met 2 zonen en 3 dochters.



- d** Een gezin met 2 zonen en 2 dochters.

2a



$\binom{5}{3} = 10$ routes

b $P(5 \text{ maal een zes}) = \left(\frac{1}{6}\right)^5 = 0,00013$

c $P(\text{eerste 3 keer een zes}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0,0032$

d $P(3 \text{ zessen}) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 0,0322$

3a $P(\text{succes}) = \frac{1}{2}$ en $P(\text{mislukking}) = \frac{1}{2}$

b $P(\text{vier keer succes}) =$

$$\binom{8}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0,0865$$

c $P(\text{één mislukking}) = \binom{5}{1} \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 = 0,0146$

d $P(\text{drie keer succes}) =$

$$\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0,1646$$

 4 Bij Sabine, Kim en Wouter is X het aantal goed beantwoorde vierkeuzevragen. Bij Sabine is $n = 8$ en $p = \frac{1}{4}$, bij Kim is $n = 5$ en $p = \frac{1}{4}$ en bij Wouter is $n = 5$ en $p = \frac{1}{3}$.

 5a Binomiaal verdeeld met X is het aantal keer munt, $n = 5$ en $p = \frac{1}{2}$.

 b Binomiaal verdeeld met X is het aantal goed beantwoorde vragen, $n = 20$ en $p = \frac{1}{4}$.

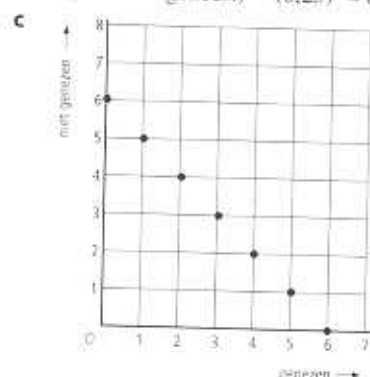
c Niet binomiaal verdeeld.

 d Binomiaal verdeeld met X is het aantal rode knikkers, $n = 6$ en $p = \frac{4}{20}$.

e Niet binomiaal verdeeld

6a $P(\text{zes patiënten genezen}) = (0,75)^6 = 0,1780$

b $P(\text{niemand geneest}) = (0,25)^6 = 0,0002$



d $\binom{6}{2} = 15$ routes

e $P(\text{eerste twee patiënten genezen}) = (0,75)^2 \cdot (0,25)^4 = 0,002197$

 f Het aantal routes naar het punt (2, 4) is $\binom{6}{2}$

De kans dat iemand geneest is 0,75 en er genezen 2 patiënten. De kans dat iemand ziek blijft is 0,25 en er blijven 4 mensen ziek.

$$\binom{6}{2} \cdot (0,75)^2 \cdot (0,25)^4 = 0,0330$$

g $\binom{6}{2} \cdot (0,80)^2 \cdot (0,20)^4 = 0,0154$

7a $P(12 \text{ keer de toss winnen}) =$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 = 0,1201$$

b $P(12 \text{ keer de toss winnen}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{20} = 0,000000954$

 8a X is het aantal weigeringsen, $n = 62$ en $p = \frac{1}{100}$

b $P(X = 0) = \left(\frac{99}{100}\right)^{62} = 0,5363$

c $P(X = 0) = \left(\frac{9999}{10000}\right)^{60} = 0,9938$

d $P(X = 2) = \binom{62}{2} \cdot \left(\frac{9999}{10000}\right)^{60} \cdot \left(\frac{1}{10000}\right)^2 = 0,000019$

e Anders zouden de kansen per schuif anders zijn.

9a $P(\text{niemand met doping}) = (0,8)^{10} = 0,1074$

b $P(\text{twee met doping}) =$

$$\binom{10}{2} \cdot (0,8)^8 \cdot (0,2)^2 = 0,3020$$

c $1 - P(\text{niemand met doping}) = 1 - (0,8)^{10} = 0,8926$

 d Omdat elke dag de kans hetzelfde is, $n = 22$ en $p = (0,8)^{10} = 0,1074$

e $P(\text{niemand met doping}) = (0,1074)^{22} = 4,81 \times 10^{-22}$

f $P(Y = 2) = \binom{22}{2} \cdot (0,1074)^{20} \cdot (0,8926)^2 = 7,67 \times 10^{-18}$

10a $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) +$

$$P(X = 2) = \left(\frac{5}{6}\right)^5 + 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 + 10 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0,9645$$

b $P(X \leq 4) = 1 - P(X = 5) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^5 = 0,9999$

11a $P(X \leq 2) = 0,5256$
 $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0,5256 = 0,4744$

b $P(X \leq 5) = 0,9803$ en $P(X \leq 4) = 0,9219$

c $P(X \leq 5) - P(X \leq 4) = 0,0584$ dus $P(X = 5) \approx 0,0584$

12 Als je de kansen afrondt op 4 decimalen zijn ze wel allemaal even groot.

k	$P(X \leq k)$
0	0,3164
1	0,7383
2	0,9492
3	0,9961
4	1,0000

14a $x = 6$

$x = 6$

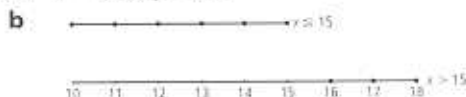
b

$x = 5$

$x = 5$



15a $n = 50$ en $p = 0,3$



$$P(X > 15) = 1 - P(X \leq 15)$$

c $P(X \leq 15) \approx 0,5692$

d $P(X > 15) = 1 - 0,5692 \approx 0,4308$

16 X : aantal zure appels

$$n = 10 \text{ en } p = 0,2$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0,6778 \approx 0,3222$$

17a X : aantal jongensgeboorten

$$n = 20 \text{ en } p = \frac{1}{2}$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) \approx 1 - 0,5881 = 0,4119$$

b $P(X \geq 14) = 1 - P(X \leq 13) = 1 - 0,9423 \approx 0,0577$

c $\frac{1}{2}$

18a

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,216	0,432	0,288	0,064

b $E(X) = 0 \times 0,216 + 1 \times 0,432 + 2 \times 0,288 + 3 \times 0,064 = 1,2$

c $P(X > 1,2) = P(X = 2) + P(X = 3) = 0,352$

19a $P(X = 5) = (0,2)^5 = 0,00032$

b $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) \approx 1 - 0,7373 = 0,2627$

c Hij mag $5 \times 0,2 = 1$ parkeerbon verwachten.

d Hij mag $250 \times 0,2 = 50$ parkeerbonnen verwachten.

20a Bij de eerste keer trekken kun je één hartenkaart of nul hartenkaarten krijgen.

b $E(X_1) = \frac{3}{4} \times 0 + \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$

c De kansen veranderen niet omdat je de kaart iedere keer teruglegt. Als de kansen en de uitkomsten niet veranderen dan verandert de verwachtingswaarde ook niet.

d $E(X) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_6) = 6 \times \frac{1}{4} = 1\frac{1}{2}$

21a X : Aantal studenten dat het eerste jaar haalt.

$$P(X = 9) = \binom{50}{9} \times (0,15)^9 \times (0,85)^{41} \approx 0,1230$$

b Y : Aantal studenten dat het eerste jaar niet haalt.

$$E(Y) = 50 \times 0,85 = 42,5$$

$$P(Y \leq 42,5) = P(Y \leq 42) \approx 0,4812$$

22a $\frac{1,5 \times 3 + 2 \times 2}{50} = 0,14$

b $20 \times 0,14 = 2,8$ keer

c X : Aantal gesloten overgangen,

$$n = 20 \text{ en } p = 0,14$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 -$$

$$190 \times (0,14)^2 \times (0,86)^{18} -$$

$$20 \times (0,14) \times (0,86)^{19} - (0,86)^{20} = 0,5450$$

De bewering is correct, het is inderdaad ongeveer 90%.

23a $20 \times 0,4 = 8$ fietsers

b X : Aantal fietsers met een handrem.

$$n = 20 \text{ en } p = 0,6$$

$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) \approx 1 - 0,2447 = 0,7553$$

24a $50 \times 0,15 = 7,5$

Dus 7 of 8 tegenstanders.

b $P(X \geq a) < 0,10$

$$1 - P(X \leq a - 1) < 0,10$$

$$P(X \leq a - 1) > 0,90$$

$$a - 1 \geq 11 \text{ dus } a \geq 12$$

Dus bij 12 tot en met 50 tegenstanders.

25a X : Aantal goede antwoorden.

$$n = 10 \text{ en } p = \frac{1}{2}$$

$$P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) \approx 1 - 0,6230 = 0,3770$$

Dus 37,7% van de deelnemers.

b $P(X \geq k) \leq 0,05$

$$P(X \leq k - 1) \geq 0,95$$

$$k - 1 \geq 8 \text{ dus } k \geq 9$$

Je moet minstens 9 vragen goed hebben.

26a X : Aantal bloemen dat tot bloei komt.

$$n = 20 \text{ en } p = ?$$

$$P(X \geq 18) = 1 \text{ dus } P(X \leq 17) = 0$$

Voor geen enkele p .

b X : Aantal bloemen dat tot bloei komt.

$$n = 20 \text{ en } p = 0,9$$

$$P(X \geq 18) = 1 - P(X \leq 17) \approx 1 - 0,3231 = 0,6769$$

27a 0,9

b 0,1

c $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0,9995 = 0,0005$

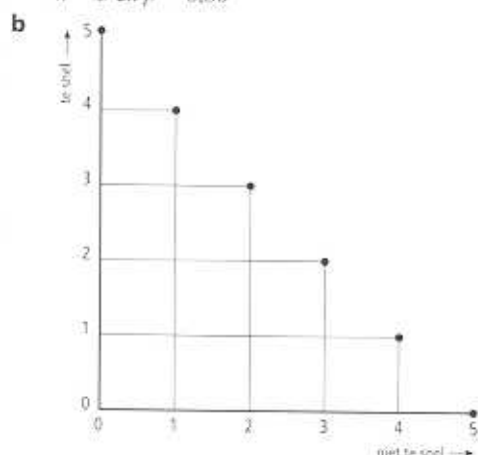
d Bij een onschuldige verwacht je $12 \times 0,1 = 1,2$ keer een reactie. Bij een schuldige verwacht je $12 \times 0,9 = 10,8$ keer een reactie.

28a $E(X) = 1 \times \frac{2}{5} + 2 \times \frac{4}{15} + 3 \times \frac{1}{5} + 4 \times \frac{2}{15} + 5 \times \frac{1}{15} = 2\frac{1}{3}$

b Je weet het aantal trekkingen niet, dus is het niet binomiaal.

T-1a Je hebt een experiment met twee mogelijke uitkomsten die een aantal keer wordt herhaald.

$$n = 5 \text{ en } p = 0,80$$



c $P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot (0,80)^3 \cdot (0,20)^2 = 0,2048$

T-2a $n = 20 \text{ en } p = 0,20$

b $P(X = 4) = \binom{20}{4} \cdot (0,20)^4 \cdot (0,80)^{16} = 0,2182$

c $P(X = 10) = \binom{20}{10} \cdot (0,20)^{10} \cdot (0,80)^{10} \approx 0,0020$

d Neem een vaas met 1 rode knikker (te hard) en 4 groene knikkers (niet te hard) en trek er 20 knikkers uit met teruglegging.

e $P(X = 11) = \binom{20}{11} \cdot (0,20)^{11} \cdot (0,80)^9 \approx 0,0005$

f toeval

T-3a $P(X \leq 3) = 0,2503$

b $P(7 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 7) = 0,7030 - 0,2061 = 0,4969$

c $P(19 \text{ goede beeldbuizen}) = (0,9)^{19} = 0,1351$

d 0,9

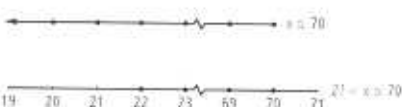
T-4a $x \leq 13$



b $x \leq 15$



c $x \leq 21$



T-5a $P(8 \text{ fout}) = \binom{20}{8} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{12} \approx 0,00075$

b $P(X \leq 8) \approx 0,0009$

c X : Aantal fout beantwoorde vragen.

$$n = 15 \text{ en } p = 0,75$$

$$P(X \leq 8) = 0,0566$$

d $n = 20 \text{ en } p = 0,5$

$$P(X \leq 8) = 0,2517$$

e $24 \times 0,0009 = 0,0216$ dus 0 leerlingen

T-6a X : Aantal te lichte pakken.

$$n = 50 \text{ en } p = 0,005$$

$$P(X = 0) = (0,995)^{50} = 0,7783$$

b $E(X) = 50 \times 0,005 = 0,25$ pakken

c $(1 - 0,7783) \times 20 = 4,4$ dozen

Dus ongeveer 4 dozen.

E-1a $E(4, 2)$

b $\binom{6}{4} = 15$ manieren

c $P(4, 2) = \binom{6}{4} \cdot (0,7)^4 \cdot (0,3)^2 = 0,3241$

d Dit is een kansexperiment met twee mogelijke uitkomsten waarbij er 6 keer herhaald wordt.

E-2 $n = 6 \text{ en } p = 0,7$

E-3 X : Aantal gemiste worpen.

$$n = 10 \text{ en } p = 0,1$$

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot (0,1)^2 \cdot (0,9)^8 = 0,1937$$

E-4a $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 3) \approx 1 - 0,6496 \approx 0,3504$

b $P(2 \leq X < 7) = P(X \leq 6) - P(X \leq 1) = 0,9894 - 0,1493 = 0,8401$

c $P(X = 6) = \binom{10}{6} \cdot (0,3)^6 \cdot (0,7)^4 = 0,0368$

d $P(X < 10) = P(X \leq 9) = 1,0000$

E-5a X : Aantal defecte vullingen.

$$n = 20 \text{ en } p = 0,05$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (0,95)^{20} \approx 0,6415$$

b $P(X \leq 2) \approx 0,1183$

E-6a X : Aantal rokende vrouwen.

$$P(X < 9) = P(X \leq 8) \approx 0,8867$$

b $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) \approx 1 - 0,2375 = 0,7625$

c $P(4 < X < 9) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4) = 0,8867 - 0,2375 \approx 0,6492$

d $P(10 < X < 25) = P(X \leq 24) - P(X \leq 10) \approx 0,1136 - 0 = 0,1136$

e $P(X \geq 25) = 1 - P(X \leq 24) \approx 1 - 0,1136 \approx 0,8864$

E-7a $100 \times 0,6 = 60$ paraplu's

b $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60) \approx 1 - 0,5379 = 0,4621$

c $P(X > 50) = 1 - P(X \leq 50) \approx 1 - 0,9832 = 0,0168$

d $P(X > 50) = 1 - P(X \leq 50) \approx 1 - 0,0271 \approx 0,9729$

G-1a $P(f \ 50,-) = \frac{1}{100}$

b $P(f \ 15,-) = \frac{9}{100}$

c $P(\text{prijs}) = \frac{1}{100} + \frac{9}{100} = \frac{10}{100}$

d $E(X) = f \ 50,- \times \frac{1}{100} + f \ 15,- \times \frac{9}{100} = f \ 0,80$
 $f \ 0,80 - f \ 2,- = -f \ 1,20$ winst

e $P(2 \text{ keer prijs}) = \binom{5}{2} \cdot (0,03)^2 \cdot (0,97)^3 \approx 0,0082$

f $P(\text{minstens één keer prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - (0,97)^5 \approx 0,1413$

G-2a $P(\text{Tom acht punten}) = \binom{12}{8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0,1208$

b Tom krijgt $\frac{8}{12} \times f \ 300,- = f \ 200,-$
Harry krijgt $\frac{4}{12} \times f \ 300,- = f \ 100,-$

c X : Aantal te behalen punten voor Tom.
 $n = 13$ en $p = \frac{1}{2}$

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) \approx 1 - 0,1334 \approx 0,8666$$

Tom krijgt $0,8666 \times f \ 300,- = f \ 259,98$

Harry krijgt $0,1334 \times f \ 300,- = f \ 40,02$

d De verdeling van opdracht b. Ze moeten nog meer dan de helft van het spel spelen.**e** De verdeling van opdracht c.

$$n = 9 \text{ en } p = \frac{1}{2}$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$= 1 - 0,0898 \approx 0,9102$$

Tom krijgt $f \ 273,06$ en Harry krijgt $f \ 26,94$.

G-3a X : Aantal personen dat kan fietsen.

$$n = 12 \text{ en } p = 0,70$$

$$P(4 \leq X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 3) = 0,5075 - 0,0017 \approx 0,5058$$

b $n = 12$ en $p = 0,4$

$$P(4 \leq X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 3) = 0,9847 - 0,2253 \approx 0,7594$$

c $n = 100$ en $p = 0,70$

$$P(X < 55) = P(X \leq 54) \approx 0,0005 \text{ dus } 5\% \text{ kans}$$

G-4a Y : Aantal rechterhandschoenen

$$n = 20 \text{ en } p = 0,90$$

$$P(Y \geq 19) = 1 - P(Y \leq 18) \approx 1 - 0,6083 \approx 0,3917$$

b X : Aantal linkerhandschoenen

$$n = 20 \text{ en } p = 0,10$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) \approx 1 - 0,6769 \approx 0,3231$$

c $P(\text{minstens 1 leerling met verkeerde handschoen}) = 1 - P(\text{alle leerlingen met een goede handschoen}) =$

$$1 - \binom{20}{2} \cdot (0,1)^2 \cdot (0,9)^{18} \approx 0,7148$$

d $1 - P(\text{alle leerlingen met een goede handschoen}) = 1 - (0,9)^{18} =$

$$\binom{18}{1} \cdot 0,1 \cdot (0,9)^{17} - \binom{18}{2} \cdot (0,1)^2 \cdot (0,9)^{16} \approx 0,2662$$

e $8 \times 0,7148 \approx 5,7$

Dus bij ongeveer 6 klassen.

A-1a X : Aantal getrokken rode knikkers.

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{2}{100} \times \frac{1}{99} \approx 0,9998$$

b $1 - P(X = 0) = 1 - \frac{2}{100} \times \frac{1}{99} \approx 0,9996$

c Er is bijna geen verschil.**A-2a** X : Aantal gemerkte vissen.

$$n = 50 \text{ en } p = \frac{250}{1500} = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 10) = \binom{50}{10} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{10} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{40} \approx 0,1156$$

b Er zijn gemiddeld 10 gemerkte vissen, dus $\frac{50}{10} \times 250 = 1250$ vissen in totaal.**c** $250 + 42 = 292$ vissen**d** G is niet binomiaal verdeeld omdat je de vissen niet terugzet. Het is een kleine steekproef uit een grote populatie.Er worden 50 vissen gevangen dus $n = 50$.

$$p = \frac{250}{1250} = 0,2$$

$$e \quad P(G = 8) = \binom{50}{8} \cdot (0,2)^8 \cdot (0,8)^{42} = 0,1169$$

$$P(G = 12) = \binom{50}{12} \cdot (0,2)^{12} \cdot (0,8)^{38} \approx 0,1033$$

$$f \quad n = 50 \text{ en } p = 0,1$$

$$P(G = 8) = \binom{50}{8} \cdot (0,1)^8 \cdot (0,9)^{42} = 0,0643$$

$$P(G = 12) = \binom{50}{12} \cdot (0,1)^{12} \cdot (0,9)^{38} = 0,0022$$

N	800	1000	1250	1500	2500
$p = \frac{250}{N}$	0,3125	0,25	0,20	$\frac{1}{6}$	0,1
$P(8 \leq G \leq 12)$	0,1663	0,4567	0,6235	0,5462	0,1211

De kans op een vangst van 8 tot en met 12 vissen is het grootst bij $N = 1250$.

$$B-1 \quad P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \frac{6}{10} = 0,288$$

$$B-2a \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ manieren}$$

$$b \quad \binom{6}{1} = 6 \text{ manieren}$$

$$c \quad 6 \times 6 = 36 \text{ manieren}$$

$$d \quad \binom{10}{3} = 120 \text{ manieren}$$

$$e \quad P(X = 2) = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{1}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{36}{120} = 0,3$$

- B-3** Aantal manieren om k rode ballen uit een vaas te halen is $\binom{n}{k}$. De kans op een rode bal is $\frac{k}{N}$ en dat komt k keer voor. De kans op een witte bal is $\frac{w}{N}$ en dat komt $n - k$ keer voor. Dat levert de formule op voor de binomiale verdeling.
- Het totaal aantal manieren om n ballen uit een vaas met N ballen te trekken is $\binom{N}{n}$.
- Het aantal manieren om k rode ballen te trekken uit in totaal r rode ballen is $\binom{r}{k}$.
- Het aantal manieren om $n - k$ witte ballen uit in totaal w witte ballen te trekken is $\binom{w}{n-k}$.
- Dat levert de formule op voor de hypergeometrische verdeling.

B-4a	rood	wit	binomiaal	hypergeometrisch
	4	6	0,288	0,3
	40	60	0,288	0,289
	400	600	0,288	0,288

- b** Naarmate je een kleinere steekproef neemt uit een grotere populatie maakt het niet uit of je het met de binomiale of hypergeometrische verdeling uitrekent.

Onderzoek Strategieën

1	Spel	Aantal nummers	Uitbetaling	Kans
	Plein	1	36	$\frac{1}{37}$
	Cheval	2	18	$\frac{2}{37}$
	Transversale plein	3	12	$\frac{3}{37}$
	Carré	4	9	$\frac{4}{37}$
	Viertal	4	9	$\frac{4}{37}$
	Transversale simple	6	6	$\frac{6}{37}$
	Rij	12	3	$\frac{12}{37}$
	Twaalfstal	12	3	$\frac{12}{37}$
	Rouge	18	2	$\frac{18}{37}$
	Noir	18	2	$\frac{18}{37}$
	Passe	18	2	$\frac{18}{37}$
	Manque	18	2	$\frac{18}{37}$
	Pair	18	2	$\frac{18}{37}$
	Impair	18	2	$\frac{18}{37}$

- 2** Kans op winst voor een spel 'Plein' keer de uitbetaling voor een gewonnen spel min de inzet van één fiche.
- De gemiddelde winst voor een spel 'Plein' is $-\frac{1}{37}$ deel van een ingezet fiche. Dat wil zeggen dat je gemiddeld per spel $\frac{1}{37}$ deel van een fiche kwijt raakt. Dus als je maar lang genoeg speelt verlies je altijd.
- 3** De winstverwachting voor al deze spellen is $-\frac{1}{37}$ fiche.

4a	letter	spel
	A	Plein
	B	Cheval
	C	Cheval
	D	Transversale Plein
	E	Carré of Viertal
	F	Transversale simple
	G	Twaalfstal
	H	Rij
	I	Pair of Impair
	J	Passe of Manque
	K	Rouge of Noir

- b** =
- c** Daarmee kun je per gekozen spel aangeven op welke nummers je inzet.
- d** Na $\frac{500}{10} = 50$ keer spelen kun je blut zijn.

- e Gemiddeld verlies per spel is $\frac{1}{11}$ deel van een ingezet fiche. Dus bij een inzet van 10 fiches verlies je per keer $\frac{10}{11} \approx 0,27$. Dus na gemiddeld $\frac{500 \times 11}{10} = 1850$ worpen ben je blut.

5a —

b —

6a —

- b Alle spelers hebben een gelijke winstverwachting; dus bij voldoende simulaties zullen alle spelers gemiddeld even snel blut zijn.

7 —

8 —

9 —

10 —

- 11 De 'P' betekent dat het percentage bezoeken per veld ten opzichte van het totaal aantal bezoeken wordt uitgerekend.

De 'N', 'S', en 'Z' bepalen het tempo waarin de simulatie wordt uitgevoerd.

De 'W' betekent dat het programma wacht met het verder simuleren.

Er wordt elke keer door het programma met twee dobbelstenen gegooid. Per veld wordt bijgehouden hoe vaak de pion erop komt.

Tevens kunnen er verplaatsingen optreden doordat de pion op KANS of op

ALGEMEEN FONDS komt. Alleen de kaartjes die iets te maken hebben met het verplaatsen van de pion doen hierin mee.

Om te weten hoeveel je kan verdienen met de stations moet je weten in welk percentage van de keren de pion op de stations komt.

Ook moet je weten hoeveel je krijgt als de pion op het station komt.

Van belang is natuurlijk ook welke percentages horen bij de andere straten.

- 12 Stel de hoofdprijs zit achter deur B. De volgende situaties zijn mogelijk als je wisselt van deur.

Je kiest eerst A, de presentator laat C afvallen en je kiest daarna B. Je kiest eerst B, de presentator laat C afvallen en je kiest daarna A. Je kiest eerst C, de presentator laat A afvallen en je kiest daarna B.

In twee van de drie bovenstaande gevallen heb je de goede deur te pakken na wisselen. Dus de kans is $\frac{2}{3}$.

- C-4a** De bovenste tabel.
 $P(AAA) = \frac{34}{100} = 0,34$
- b** Nee, je weet niet hoeveel mensen op alle drie de vragen A heeft geantwoord.
- c** 60 mensen
- d** $P(X \geq 51) = 1 - P(X \leq 50) = 1 - 0,0271 = 0,9729$
- e** $P(X \geq a) \leq 0,1$
 $P(X \leq a - 1) \geq 0,9$
 $a - 1 \geq 66$ dus $a \geq 67$
 Bij 67 mensen of meer met een voorkeur voor A wordt het middel op de markt gebracht.